

## Расчет регулярных стержневых систем в системе Maple на примере плоской внешне статически неопределимой фермы

*Китаев Сергей Сергеевич*  
*НИУ "МЭИ"*  
*студент*

### Аннотация

Плоская ферма с двумя шарнирными опорами нагружена равномерной вертикальной нагрузкой, распределенной по узлам верхнего пояса. Методом индукции в системе символьной математики Maple выводится формула для прогиба фермы в зависимости от числа панелей. Строится график, обнаруживающий явно выраженный минимум.

**Ключевые слова:** ферма, прогиб, метод индукции, Maple

### Calculation of regular core systems in the Maple system using the example of a externally statically undetermined flat truss

*Kitaev Sergey Sergeevich*  
*NRU "MPEI"*  
*Student*

### Abstract

Flat truss with two hinged supports loaded by a uniform vertical load, distributed over the nodes of the upper belt. By the method of induction in the system of symbol mathematics Maple deduce a formula for the deflection of the truss depending on the number of panels. The graph exhibiting a pronounced minimum.

**Keywords:** truss, trough, induction method, Maple.

Системы компьютерных преобразования Maple [1], Mathematica, Reduce и др. позволяют получить точные формулы для расчета напряженного и деформированного состояния стержневых систем. В [2-14] приведен вывод формул для прогиба плоских ферм. Более сложные расчеты пространственных ферм даны в [15-21]. Ферма на рисунке 1 состоит из стержней длиной  $a$  и  $2a$ , образующих пояса, стоек высотой  $h$  и раскосов длиной  $c = \sqrt{a^2 + h^2}$  и  $2c$ . Системы такого типа относятся к так называемым распорным конструкциям, в которых при малых высотах  $h$  может возникнуть значительные горизонтальные составляющие реакции опор. Обычный расчет напряженного состояния и прогиба фермы с конкретным заданным числом стержней не представляет никакой трудности. В настоящем исследовании приняты одинаковые модули упругости и площади сечений всех стержней. В ферме имеется одна дополнительная горизонтальная связь на левой опоре,

обеспечивающая внешнюю статическую неопределимость конструкции. Реакции опор из обычных уравнений равновесия всей фермы в целом найти не получится. Эти реакции находятся из полной системы уравнений равновесия всех узлов. Фрагмент программы на языке Maple, задающей элементы матрицы уравнений равновесия, имеет вид:

```
n:=2*k+1:
m0:=8*n+6:# число стержней
for i to m0 do
  Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
  Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
  L[i]:=subs(a^2+h^2=c^2,sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2));
for j to 2 do
  jj:=2*N[i][2]-2+j:
  if jj<=m0 then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
  jj:=2*N[i][1]-2+j:
  if jj<=m0 then G[jj,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi;
end;# j
end:# i 1 - m0
```

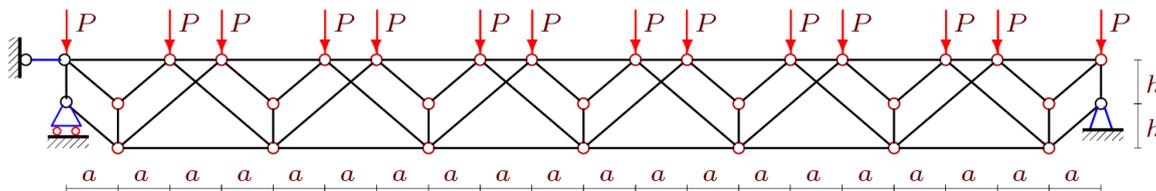


Рисунок 1 — Ферма при  $k = 3$

С использованием программы [1] аналитического расчета в системе Maple, получим прогиб середины пролета по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta = \sum_{j=1}^{m-4} S_j \tilde{s}_j l_j / (EF)$$

где  $E$  — модуль упругости,  $F$  — площадь поперечных сечений стержней (одинаковая для всей фермы),  $l_j$  и  $S_j$  — длина  $j$ -го стержня и усилие в нем от действия нагрузки,  $\tilde{s}_j$  — усилие от вертикальной единичной силы в среднем узле, в котором находится прогиб. Решение имеет вид:

$$EF\Delta = (C_1 a^3 + C_2 h^3 + C_3 c^3) / h^2,$$

Коэффициенты в полученной формуле определяются методом индукции и имеют полиномиальный вид

$$C_1 = (25k^4 + 50k^3 + 41k^2 + 13k) / 3,$$

$$C_2 = (5k^4 + 20k^3 + 25k^2 + 16k + 3) / 3,$$

$$C_3 = (5k^4 + 20k^3 + 29k^2 + 10k) / 2.$$

Коэффициенты получены с помощью операторов Maple **rgf\_findrecur** и **rsolve** [1].

На рисунке 2 представлены две кривые зависимости прогиба от числа панелей для безразмерной величины  $\Delta' = EF\Delta / (PL)$ .

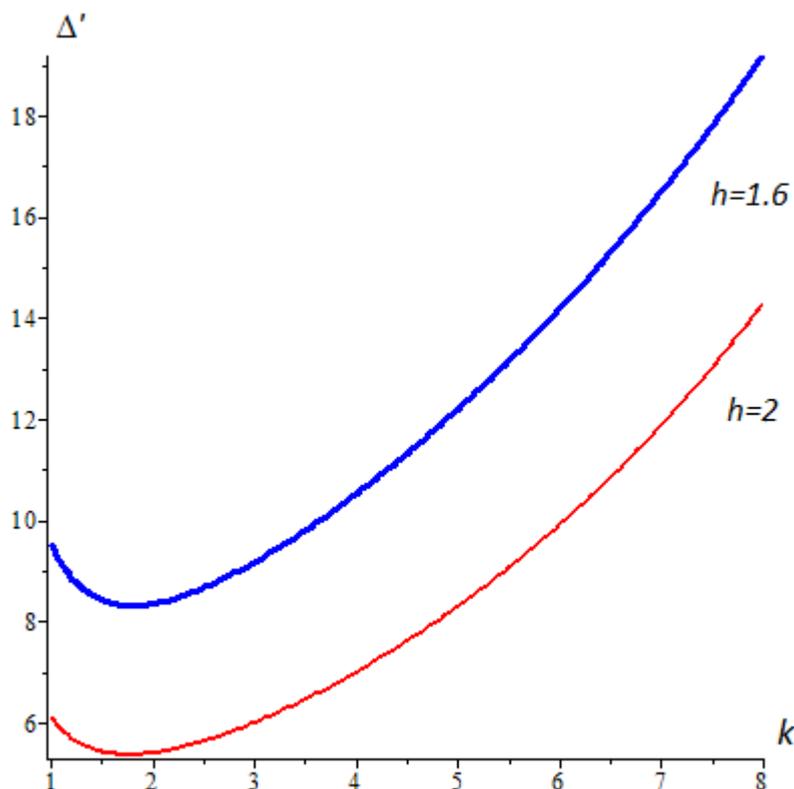


Рисунок 2 — Зависимость прогиба от числа панелей,  $h$  в метрах

Зависимость относительного прогиба  $\Delta EF / (PL)$  от числа панелей  $k$  при фиксированной ее длине  $L = 18 м$  обнаруживает минимум.

Аналогичные аналитические решения для различных плоских ферм (включая распорные, внешне статически неопределимые, решетчатые и имеющие случаи кинематической изменяемости) получены в [22- 32].

### Библиографический список

1. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Широков А.С. Аналитический расчет смещения опоры балочной фермы с верхними шпренгелями // Строительная механика и конструкции. 2017. №2(15). С. 11-14.
3. Шикин К.С., Китаев С.С. Деформация составной балочной фермы шпренгельного типа // Актуальные вопросы образования и науки. Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г. Часть 7. С. 154-155.
4. Воропай Р.А. Вывод зависимости прогиба плоской шпренгельной фермы от числа панелей // Постулат . 2017. № 11
5. Пережилова Е. Д. Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей// Строительство и архитектура.

2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 7-11.
6. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
  7. Воропай Р.А., Доманов Е.В. Индуктивный вывод зависимости прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей в системе Maple // Постулат. 2017. № 12
  8. Широков А.С. Аналитический расчет смещения опоры балочной фермы с верхними шпренгелями // Строительная механика и конструкции. 2017. №2(15). С. 11-14.
  9. Доманов Е.В. Вывод формулы для прогиба балочной фермы с крестообразной решеткой // Строительная механика и конструкции. 2017. №2 (15). С. 15-19.
  10. Жакетов Д.Д. Формула для прогиба фермы с решеткой, имеющей горизонтальные связи // Постулат. 2017. № 12.
  11. Белянкин Н.А., Бойко А. Ю. , Плясова А.А. Формулы для определения деформаций внешне статически неопределимой фермы от действия сосредоточенной и распределенной нагрузки // Строительство и архитектура. 2017. Т.5. №4.
  12. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте, моделируемом фермой // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560-569.
  13. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. N3. С. 23–27.
  14. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
  15. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37-43.
  16. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165–171.
  17. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5. С. 11-15.
  18. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
  19. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
  20. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной

- балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5–8.
21. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice // Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.5.
22. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12, № 8 (107). С. 869–875.
23. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решётчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1, № 14. С. 27–30.
24. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice // Magazine of Civil Engineering. 2017. No. 3. P. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7
25. Kirsanov M.N., Razananairina P.C. The formula for deflection of truss with cases of kinematic variability // Постулат. 2017. № 9. С. 1.
26. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчёта прогиба балочной многорешётчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 2 (271). С. 6–10.
27. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3 (873). С. 26-29.
28. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
29. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12. С.28.
30. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решётчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
31. Кирсанов М.Н. Расчёт жёсткости стержневой решётки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
32. Кирсанов М.Н. Аналитический расчёт многорешётчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2–6.