

## **Проектирование системы задач и упражнений по математике для высшей экономической школы**

*Синчуков Александр Валерьевич*

*Российский экономический университет им. Г.В.Плеханова*

*Кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики*

### **Аннотация**

Система задач и упражнений по математике играет особую роль в контексте повышения качества математической подготовки студента высшей экономической школы. В рамках данной статьи рассмотрены основные подходы и методические особенности проектирования системы задач по учебной дисциплине «Высшая математика», имеющей существенное методологическое и инструментальное значение в профессиональной подготовке будущего бакалавра экономики. Уточнение вопросов технологического целеполагания позволило выявить технологические механизмы проектирования системы задач и упражнений.

**Ключевые слова:** высшая математика, педагогические технологии, проектирования, профессиональная подготовка, система задач, бакалавр экономики.

## **Design of system of tasks and exercises on mathematics for the higher economic school**

*Sinchukov Alexander Valeryevich*

*Plekhanov Russian University of Economics*

*Candidate of pedagogical sciences, associate professor, Associate professor of the higher mathematics*

### **Abstract**

The system of tasks and exercises on mathematics plays a special role in the context of improvement of quality of mathematical training of the student of the higher economic school. Within this article the main approaches and methodical features of design of system of tasks of the subject matter «Higher mathematics» having essential methodological and tool value in vocational training of future bachelor of economy are considered. Specification of questions of technological goal-setting allowed to reveal technological mechanisms of design of system of tasks and exercises.

**Keywords:** the higher mathematics, pedagogical technologies, design, vocational training, system of tasks, bachelor of economy.

В последнее время в рамках ряда методических исследований [1, 2] большое внимание уделено *проблемам проектирования педагогических объектов*, особое место среди которых занимает *система задач и упражнений*. Мы придерживаемся точки зрения, о том, что необходимо совершенствование процедур проектирования и конструирования системы задач и упражнений с учетом практики реализации компетентностного подхода, синергетического эффекта системы задач и упражнений. Очевидно, что одна задача по высшей математике, например по математическому анализу, которая будет решаться студентами бакалавриата изолированно от других, не даст оптимального образовательного результата.

Другими словами, фрагментарное включение задач и упражнений в учебный процесс не позволит достичь желаемых целей обучения элементам высшей математики. Отметим, что решение задач по высшей математике способствует активизации определенной умственной деятельности студентов. В её основе лежит не только содержание задач по высшей математике, но и последовательность их решения, иерархия методов решения, множество однотипных задач, возможные комбинации с другими задачами, в том числе и из других образовательных областей («Экономика», «Управление», «Информационные технологии»).

В практике реализации математической подготовки бакалавра экономики мы используем различные группы задач как по высшей математике, так и по прикладной математике (математическим методам в экономике) на всех этапах реализации учебного процесса, включая его электронную поддержку новыми информационными технологиями [3, 4]. О связи задач и упражнений с активными методами обучения отмечается в работе [5].

Рассматривая методическую проблему проектирования и оптимизации системы задач и упражнений по учебной дисциплине «Высшая математика», мы пришли к выводу о необходимости *технологического целеполагания* [6] и выделения различных групп задач, предназначенных для соответствующих доминирующих видов учебно-познавательной деятельности. Среди них отметим блоки задач и упражнений – множество связанных задач и упражнений, объединенных нами на основе общей идеи. Выделение данного множества задач и упражнений по высшей математике способствует развитию навыков обобщения, аналогии, конкретизации при условии, что последующая задача является обобщением или конкретизацией предыдущей задачи, а также может являться её аналогом или использовать результат, полученный в рамках решения предыдущей задачи.

Другим способом упорядочивания задач и упражнений по высшей математике в практике подготовки будущего бакалавра экономики в экономическом университете выступают специально проектируемые серии задач – совокупности задач, объединенные общей идеей решения (методом решения) или общим содержанием (сюжетом). Говоря о необходимости проектирования системы задач и упражнений, мы имеем в виду создание множества объектов, многоуровневое взаимодействие которых образует

новые, интегративные качества, не свойственные единичным элементам системы задач и упражнений. При необходимости организации закрепления и повторения учебного материала по высшей математике можно рекомендовать использование специальных цепочек и циклов задач и упражнений, организованных по методам решения, по содержанию, по сюжету, направленные на достижение одной дидактической цели.

Следуя работе Дж. Пойа [7], среди наиболее востребованных приемов, позволяющих преподавателю высшей математики существенно расширить и разнообразить банк задач, можно выделить следующие приемы: *«Прием обобщения»*; *«Прием специализации»*; *«Прием аналогии»*; *«Прием разложения математической задачи и последующее составление новых комбинаций задач»*; *«Прием добавления вспомогательных элементов в математическую задачу»*; *«Прием возвращения к определениям»*.

В процессе проектирования системы задач и упражнений по учебной дисциплине «Высшая математика» необходимо учитывать особенности исследования задач. С этой целью необходимо применение специального педагогического проектирования и моделирования [8, 9]. Среди них – выявление новых свойств получаемого результата. Так, в процессе решения задачи выделяются некоторые свойства математического понятия, объекта, часть из которых непосредственно не используются в процессе решения задачи или выполнения упражнения. С точки зрения студентов полученные свойства могут выглядеть как «небольшие открытия». Именно эти свойства составляют основу для создания новых задач и упражнений, создают базу для рассмотрения частных случаев уже известной задачи, а также её различных обобщений. Таким образом, одна задача «порождает» еще группу задач, получаемых на её основе. При этом преподаватель высшей математики может использовать разнообразные частные приемы, например составление обратной задачи, изменение всех или части данных, изменение отношений между параметрами задачи, замену части исходных данных на определяемые в процессе решения задачи величинами.

В основе механизмов проектирования системы задач и упражнений по высшей математике лежат способы варьирования, предполагающие использование одной задачи в качестве базовой и составление новых задач различными приемами. Например, подбор новых вопросов в задаче, выбор новых требований к формулировке условия задачи, рассмотрение условий, являющихся отрицанием условия базовой задачи, составление задачи на основе контрпримера, составление задачи с различными способами решения, в том числе с использованием новых технологий компьютерного моделирования [10].

Перечислим процедуры проектирования системы задач и упражнений по высшей математике:

- «Процедура выделения типовых математических задач по учебной теме»;

- «Процедура добавления требования математической задачи с сохранением условия»;
- «Процедура добавления условия математической задачи с сохранением требования»;
- «Процедура замены требования математической задачи с сохранением условия»;
- «Процедура замены условия математической задачи с сохранением требования»;
- «Процедура использования результата решения предыдущей математической задачи в условии последующей задачи»;
- «Процедура использования результата решения предыдущей математической задачи в решении последующей задачи»;
- «Процедура конкретизации условий математической задачи; процедура обобщения условий математической задачи»;
- «Процедура составления математических задач, имеющих с исходной задачей один и тот же метод решения»;
- «Процедура составления математической задачи, аналогичной исходной задаче»;
- «Процедура составления математической задачи, обратной к исходной задаче»;
- «Процедура составления математической задачи, являющейся частным случаем исходной задачи»;
- «Процедура специализации условий математической задачи».

Таким образом, совершенствование приемов проектирования систем задач и упражнений по высшей математике является важным прикладным вопросом теории методики преподавания математики в высшей школе. Некоторые методические аспекты этого вопроса рассмотрены в работах [11, 12]. Практика применения технологических процедур, представленных в данной статье, свидетельствует о повышении качества изучения программного материала всеми студентами бакалавриата вне зависимости от начального уровня математической подготовки. Отметим, что технологические процедуры, в основе которых лежат идеи, представленные в работе [13], позволяют преподавателю высшей математики акцентировать внимание на типовые и вариативные задачи математической подготовки студента бакалавриата, использовать различные вариации типовых задач при проектировании индивидуальных образовательных траекторий студентов.

Одним из важных приемов проектирования системы задач и упражнений по высшей математике является прием обобщения. В качестве обобщения в рассматриваемом контексте мы понимаем специальную форму индуктивного перехода, имеющего целью акцент на общие существенные свойства математического объекта, принадлежащие исключительно данной группе математических объектов. В основе использования приема обобщения для проектирования системы задач и упражнений по высшей математике лежит расширение области изменения некоторого параметра, а

также переход от заданного множества к более общему множеству, частью которого является заданное множество.

О роли задач с параметрами для проектирования системы задач и упражнений по математике отмечается в работе [14]. Эти специальные задачи позволяют акцентировать внимание на исследовательской деятельности студентов. Ослабление или снятие некоторого ограничения, присутствующего в условии математической задачи с параметром, приводит преподавателя к новой математической задаче, которую можно характеризовать как более общую задачу. Отметим, что объектами обобщения в процессе проектирования системы задач и упражнений по высшей математике могут выступать: математическое понятие типовой задачи; типовая математическая задача; требование типовой математической задачи; условие типовой математической задачи; часть требования типовой математической задачи; часть условия типовой математической задачи.

Фрагменты учебно-познавательной деятельности студентов экономического бакалавриата, заданных в виде профессионально ориентированных задач и упражнений по высшей математике, представлены в работах [15, 16]. Фрагменты учебно-познавательной деятельности студентов экономического бакалавриата, заданных в виде профессионально ориентированных задач и упражнений по прикладной математике (математических методах в экономике) – в работах [17, 18, 19]. Далее обратимся к фрагменту разработанной системы типовых задач по теме «Интегральное исчисление», ставшей неотъемлемой частью математической подготовки будущих бакалавров экономики на факультете дистанционного обучения Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова.

Типовая задача 1. Вычислить интеграл  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{3+2\sin x}}$ .

Типовая задача 2. Вычислить интеграл  $\int x^2 \ln x dx$ .

Типовая задача 3. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{2x\sqrt{x}+18\sqrt{x}}$ .

Типовая задача 4. Вычислить интеграл  $\int \frac{3x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^3 - 4x} dx$ .

Типовая задача 5. Вычислить интеграл  $\int \frac{5^x dx}{25^x - 2 \cdot 5^x + 2}$ .

Типовая задача 6. Вычислить интеграл  $\int \sin^2 3x \cos^3 3x dx$ .

Типовая задача 7. Вычислить интеграл  $\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 9}$ .

Типовая задача 8. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{3\sin x - 4\cos x}$ .

Методический комментарий к типовой задаче 1. Для решения первой типовой задачи рекомендуем использовать метод внесения под знак дифференциала.

$$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{3+2\sin x}} = \frac{1}{2} \int (3+2\sin x)^{-\frac{1}{3}} d(3+2\sin x) = 3(3+2\sin x)^{\frac{2}{3}} + C.$$

Методический комментарий к типовой задаче 2. С целью вычисления интеграла типовой задачи 2 необходимо прибегнуть к специальному методу интегрирования – методу интегрирования по частям.

$$\int x^2 \ln x dx = \left[ \begin{array}{l} u = \ln x \quad du = \frac{dx}{x} \\ dv = x^2 dx \quad v = \frac{1}{3} x^3 \end{array} \right] = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{3} \int x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + C.$$

Методический комментарий к типовой задаче 3. Для решения третьей типовой задачи рекомендуем использовать метод внесения под знак дифференциала. После выполнения тождественных преобразований знаменателя интегрируемой дроби следует обратить внимание на возможность интегрирования методом внесения под знак дифференциала.

$$\int \frac{dx}{2x\sqrt{x} + 18\sqrt{x}} = \int \frac{dx}{2\sqrt{x}(x+9)} = \int \frac{d\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2 + 3^2} = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{3} + C.$$

Методический комментарий к типовой задаче 4. С целью вычисления интеграла типовой задачи 4 рекомендуем использовать метод разложения на сумму элементарных дробей с их последующим интегрированием.

$$\int \frac{3x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^3 - 4x} dx = \int \left( 3 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} - \frac{2}{x+2} \right) dx = 3x - \ln|x| + 2 \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$$

Методический комментарий к типовой задаче 5. Следует обратить внимание на возможность преобразования подынтегрального выражения для последующей реализации метода внесения под знак дифференциала или метода замены переменной. Реализация этих методов позволяет свести задачу к табличному интегралу.

$$\int \frac{5^x dx}{25^x - 2 \cdot 5^x + 2} = \frac{1}{\ln 5} \int \frac{d(5^x - 1)}{(5^x - 1)^2 + 1^2} = \frac{1}{\ln 5} \operatorname{arctg}(5^x - 1) + C.$$

Методический комментарий к типовой задаче 6. Методом решения шестой типовой задачи является метод замены переменной. В процессе его реализации будет использовано правило дифференцирования сложной функции и формула дифференцирования степенной функции. Следует обратить внимание на необходимость выполнения обратной замены для записи окончательного ответа.

$$\begin{aligned} \int \sin^2 3x \cos^3 3x dx &= \int \sin^2 3x \cos^2 3x \cos 3x dx = \\ &= \left[ \begin{array}{l} t = \sin 3x \\ dt = 3 \cos 3x dx \end{array} \right] = \frac{1}{3} \int t^2 (1-t^2) dt = \frac{\sin^3 3x}{9} - \frac{\sin^5 3x}{15} + C. \end{aligned}$$

Методический комментарий к типовой задаче 7. Методом решения седьмой типовой задачи является метод замены переменной или метод внесения под знак дифференциала. Для их реализации необходимо преобразование знаменателя интегрируемой дроби, а также применение формулы дифференцирования степенной функции.

$$\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 9} = \frac{1}{3} \int \frac{d(x^3)}{(x^3)^2 - 3^2} = \frac{1}{18} \ln \left| \frac{x^3 - 3}{x^3 + 3} \right| + C.$$

Методический комментарий к типовой задаче 8. Для решения восьмой типовой задачи необходимо применение универсальной тригонометрической подстановки и советуемого табличного интеграла.

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x} &= \left[ t = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right] = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{6t}{1+t^2} - \frac{4-4t^2}{1+t^2}} = \int \frac{2dt}{4t^2 + 6t - 4} = \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2 + \frac{3}{2}t - 1} = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{\left(t + \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2} \right| + C. \end{aligned}$$

Таким образом, специальное проектирование системы задач и упражнений по высшей математике, учитывающее современные достижения педагогической науки и особенности математики как науки и образовательной области оказывает влияние на качество математической подготовки будущего бакалавра экономики, способствует формированию профессионально значимых качеств, умственному развитию личности студента, развитию творческих способностей и научного мировоззрения.

В процессе проектирования системы задач и упражнений по учебной дисциплине «Высшая математика» необходимо понимать, что отдельно взятая учебная задача направлена на достижение в большинстве случаев не одной, а нескольких целей, отраженных в содержании задачи и её месте в системе задач. Ведущую роль задач в обучении высшей математике призваны уточнить процедуры дидактического целеполагания.

Практика проектирования и внедрения в учебный процесс системы задач и упражнений по учебной дисциплине «Высшая математика» свидетельствует о необходимости выделения в отдельные группы следующие задачи: во-первых, группа задач, направленных на усвоение математических понятий; во-вторых, группа задач, направленных на овладение математическим языком и математической символикой. В-третьих, группа задач, предназначенных для обучения доказательствам. В-четвертых, группа задач, направленных на формирование базовых математических умений и компетенций. В-пятых, группа задач, обеспечивающих пропедевтику новых математических фактов, идей и методов. Технологические процедуры проектирования системы задач и упражнений по высшей математике позволяют преподавателю высшей математики выйти на новый уровень систематизации знаний студентов, формировать представления о иерархии математических понятий, объектов и математических методов.

**Библиографический список**

1. Власов Д.А. Проблемы проектирования содержания прикладной математической подготовки будущего специалиста // Сибирский педагогический журнал. 2009. № 8. С. 33-42.
2. Власов Д. А., Синчуков А. В. Новое содержание прикладной математической подготовки будущего специалиста // Преподаватель XXI век. 2013. Т. 1. № 1. С. 71-79.
3. Асланов Р.М., Беляева Е.В., Муханов С.А. Тренажер по дифференциальным уравнениям на основе Wolfram CDF Player // Сибирский педагогический журнал. 2015. № 4. С. 26-30.
4. Муханов С. А., Муханова А. А. Проектирование образовательного процесса по математике в контексте всемирной инициативы CDIO // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2015. № 1 (17). С. 52-57.
5. Власов Д. А. Методы обучения как компонент методической системы прикладной математической подготовки // Ярославский педагогический вестник. 2009. № 4. С. 125-129.
6. Власов Д. А. Особенности целеполагания при проектировании системы обучения прикладной математике // Философия образования. 2008. № 4. С. 278-283.
7. Пойа Дж. Как решать задачу. М.: Учпедгиз, 1959. 208 с.
8. Калинина Е. С. Интегративный подход к проведению занятий по математическим дисциплинам в ВУЗах МЧС России // Научно-аналитический журнал Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России. 2017. № 2. С. 187-193.
9. Медведева Л. В., Калинина Е. С. Совершенствование системы оценки качества педагогической деятельности в вузах МЧС России средствами нечеткого моделирования // Проблемы управления рисками в техносфере. 2017. № 2 (42). С. 154-160.
10. Сухорукова И. В., Лихачев Г. Г. Компьютерное моделирование и математическое обеспечение экономико-социальных задач // Экономический анализ: теория и практика. 2003. № 5. С. 60-62.
11. Синчуков А. В. Проблема качества принимаемых решений (контекст профессиональной подготовки будущих бакалавров экономики) // Гуманитарное пространство. 2018. Т. 7. № 1. С. 167-171.
12. Синчуков А. В. Развитие вероятностных представлений будущих бакалавров экономики // Гуманитарные исследования Центральной России. 2017. № 3 (4). С. 86-93.
13. Монахов В. М., Ярыгин А. Н. Педагогические объекты. Педагогическое проектирование. Know Now - технологии: учеб. пособие. Тольятти, 2004. 48 с.
14. Власов Д. А., Синчуков А. В., Качалова Г. А. Использование WolframAlpha при обучении решению задач с параметрами // Вестник Российского

- университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2014. № 1. С. 64-72.
15. Математика. Практикум: учебное пособие для СПО / О. В. Татарников [и др.]; под общ. ред. О. В. Татарникова. М.: Юрайт, 2016. 285 с.
16. Математика: учебник для СПО / О. В. Татарников [и др.]; под общ. ред. О. В. Татарникова. М.: Юрайт, 2018. 450 с.
17. Синчуков А. В. Исследование устойчивости решений системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка с периодическими коэффициентами // Ярославский педагогический вестник. 2011. Т. 3. № 4. С. 55-58.
18. Тихомиров Н. П., Попов В. А. Методы социально-экономического прогнозирования. М.: Изд-во ВЗПИ, 1992. 228 с.
19. Тихомиров Н. П., Тихомирова Т. М. Риск-анализ в экономике. М.: ЗАО «Издательство «Экономика», 2010. 318 с.