

Использование математических методов оценки безопасности сложных технических систем при подготовке обучающихся вузов МЧС России

Калинина Елена Сергеевна

Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России

Кандидат педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и системного моделирования сложных процессов

Аннотация

Использование математических методов оценки безопасности сложных технических систем рассматривается как одно из важных направлений научных исследований при выполнении проектов профессионально направленного обучения математическим дисциплинам в вузах МЧС России. Приводятся общие алгоритмы применения марковских, полумарковских и марковских процессов с доходами.

Ключевые слова: проекты профессионально направленного обучения, сложные технические системы, марковские процессы, МЧС России.

Use of Mathematical Methods of Complex Technical System Safety Assessment when Training Students of Higher Education Institutions of EMERCOM of Russia

Kalinina Elena Sergeevna

Saint-Petersburg university of State fire service of EMERCOM of Russia

Candidate of pedagogical sciences, Associate professor, Professor of the Department of higher mathematics and system modeling of complex processes

Abstract

Use of mathematical methods of complex technical system safety assessment is considered to be one of important areas of scientific research in the implementation of projects aimed at professionally oriented teaching of mathematical disciplines at higher education institutions of EMERCOM of Russia. General algorithms of application of Markov, Semi-Markov and Markov income processes are described.

Keywords: projects aimed at professionally oriented teaching, complex technical systems, Markov processes, EMERCOM of Russia.

Одним из путей повышения качества обучения в вузах МЧС России является реализация интегративного подхода к преподаванию математических, естественнонаучных, специальных дисциплин и информационных технологий [1]. При этом большое значение приобретает усиление прикладной направленности обучения математическим дисциплинам [2, 3].

С учетом особенностей образовательного процесса в вузах МЧС России [4], наиболее полно реализовать интегративный подход и усилить прикладную направленность обучения математическим дисциплинам позволяет использование в образовательном процессе проектов профессионально направленного обучения.

Под проектом профессионально направленного обучения математическим дисциплинам мы будем понимать форму организации учебной деятельности курсантов, студентов и слушателей по созданию, исследованию и реализации математических моделей, значимых в профессиональной деятельности будущих специалистов МЧС России.

В Санкт-Петербургском университете ГПС МЧС России проекты профессионально направленного обучения математическим дисциплинам активно используются при выполнении научно-исследовательских работ слушателей, а также при написании выпускных квалификационных работ по направлениям подготовки (специальностям) «Пожарная безопасность», «Техносферная безопасность», «Системный анализ и управление» [5, 6].

Одним из важных направлений научных исследований при выполнении курсантами, студентами и слушателями проектов профессионально направленного обучения, представляющим собой ярко выраженную междисциплинарную проблему, является использование математических методов оценки безопасности сложных технических систем.

Сложные технические системы (СТС), к которым относятся многие критически важные и потенциально опасные объекты, можно представить в виде конечной совокупности взаимосвязанных элементов, а также совокупности протекающих в них процессах.

Функционирование СТС во времени представляет собой последовательный переход из состояния в состояние (работоспособное, отказ, сбой в работе, контроль технического состояния, восстановление и т.п.). Поскольку этот переход носит вероятностный характер, то наиболее адекватным для оценивания состояний СТС, с целью обеспечения их безопасной эксплуатации, является аппарат марковских процессов и их обобщений.

Рассмотрим общие алгоритмы использования аппарата марковских процессов и их обобщений для оценки безопасности сложных технических систем. При этом под показателем безопасности будем понимать вероятность отсутствия отказа (сбоя в работе) СТС в произвольный момент времени в процессе эксплуатации [7].

Применение аппарата марковских процессов

Если все случайные величины, характеризующие свойства системы, подчиняются экспоненциальному закону распределения, становится возможным использование аппарата марковских процессов [8].

Выражение для показателя безопасности СТС можно получить на основе следующего алгоритма [9]:

1) Составить граф переходов $G(P, Q)$ для выбранного множества состояний, где P – множество вершин, соответствующих различным

состояниям и вероятностям P_i пребывания в них СТС, а Q – множество ветвей графа, в качестве операторов которых выступают интенсивности переходов из состояния в состояние.

2) Пользуясь графом, составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова [8]:

$$\frac{dP(t)}{dt} = P(t) \cdot \Lambda, \quad (1)$$

где Λ – матрица интенсивностей переходов; $P(t) = \{P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)\}$ – вектор вероятностей пребывания марковского процесса в рассматриваемых состояниях.

Каждое уравнение (для каждой i -й вершины) в системе (1) составляется в соответствии со следующим правилом: производная по времени пребывания СТС в момент времени t в состоянии i (при условии, что в предшествующий момент она находилась в состоянии j) равна алгебраической сумме произведений интенсивностей переходов на вероятность пребывания в соответствующем состоянии, составленных для всех ветвей, связанных с i -й вершиной. Причем слагаемым, соответствующим исходящим ветвям, приписывается знак "-", а входящим – знак "+".

3) Решить систему (1) в стационарном режиме (при $dP_i/dt = 0$) относительно P_i ($P_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t)$).

4) Выбрать совокупность из K состояний и записать выражение для показателя безопасности СТС [7]:

$$Пб = \frac{\sum_{i \in K} H_i}{\sum_{i=1}^n H_i},$$

где $H_i = P_i/P_{баз}$; $P_{баз}$ – вероятность, принятая за базовую (чаще всего $P_{баз} = P_1$); n – общее число рассматриваемых состояний СТС.

Применение аппарата марковских процессов с доходами

Применение рассмотренного выше показателя безопасности основано на допущении о бесконечности времени функционирования СТС. Очевидно, что такое допущение не всегда оправдано.

Решением проблемы является использование аппарата однородных марковских процессов с доходами. В данном случае учитывается, что СТС функционирует на конечном промежутке времени T . Уравнения для марковского процесса с доходами имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dP(t)}{dt} = P(t)\Lambda \\ \frac{dD(t)}{dt} = P(t)D^m \\ \Pi\delta(T) = \frac{D(T)}{T}, \end{cases}$$

где $\Pi\delta(T)$ – среднее за время T значение математического ожидания показателя безопасности СТС; $P(t) = \{P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)\}$ – вектор безусловных вероятностей пребывания СТС в рассматриваемых состояниях; $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ – вектор нормы дохода (в нашем случае не зависящий от времени); Λ – матрица интенсивностей переходов марковского процесса.

В этой ситуации выражение для оценки показателя безопасности СТС принимает вид [9]:

$$\Pi\delta(T) = \frac{1}{T} \int_0^T P(t)D^m dt = \frac{1}{T} \sum_{i \in K} d_i \int_0^T P_i(t) dt.$$

Применение полумарковских процессов

Рассмотренный выше аппарат марковских процессов для расчета показателя безопасности можно использовать, когда все случайные величины, характеризующие СТС, подчиняются экспоненциальному закону распределения. В случае, когда даже некоторые из показателей подчиняются другим законам распределения, следует использовать аппарат полумарковских процессов [10].

Выражение для показателя безопасности СТС при применении полумарковских процессов можно получить на основе следующего алгоритма [9]:

1) Выделить состояния, в которых может находиться СТС. Выделяемые состояния должны составлять полную группу событий, т.е. должно соблюдаться условие

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1,$$

где P_i – вероятность нахождения СТС в i -м состоянии из числа n выделенных.

2) Составить граф переходов $G(P, Q)$, где P – множество вершин графа, представляющее вектор вероятностей P_i , а Q – множество ветвей графа, операторами которых выступают условные вероятности перехода процесса P_{ij} из i -го состояния в j -е и средние значения времени пребывания процесса в i -м состоянии до перехода в j -е состояние. Условные вероятности должны удовлетворять равенству:

$$\sum_{i=1}^n P_{ij} = 1.$$

3) Составить матрицы функций распределения времени пребывания процесса в каждом состоянии до перехода в следующее состояние:

$$F = (F_{ij}).$$

4) Составить систему алгебраических уравнений [9]:

$$\pi^T = \pi^T P \quad \left\{ \pi_i = \sum_{j=1}^n \pi_j P_{ij} \right\}, \quad (2)$$

при $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1$, где $\pi^T = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ – вектор-строка, определяющая стационарные вероятности π_i пребывания системы в произвольный момент времени в i -м состоянии; n – общее число состояний системы.

5) Решить систему (2) с целью получения коэффициентов H_i путем выражения всех вероятностей π_i через одну, принимаемую за базовую:

$$\pi_i = H_i \pi_{\text{баз}},$$

например, $\pi_{\text{баз}} = \pi_1, H_1 = 1$.

В ряде практических случаев (например, при использовании систем компьютерной алгебры) оказывается полезным иметь выражение для вероятностей π_i в матричном виде.

6) Выбрать подмножества интересующих нас состояний, суммарная вероятность пребывания в которых нас интересует.

7) Определить средние времена пребывания процесса в каждом состоянии по формуле [10]:

$$V_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} \cdot \tau_{ij}, \quad \tau_{ij} = \int_0^{\infty} \tau \cdot dF_{ij}(\tau),$$

где τ_{ij} – математическое ожидание длительности перехода из i -го в j -е состояние; V_i – осредненное τ_{ij} по направлению возможных переходов.

8) Определить показатель безопасности по формуле [9]:

$$Пб = \frac{\sum_{i \in K} \pi_i V_i}{\sum_{i=1}^n \pi_i V_i} = \frac{\sum_{i \in K} H_i V_i}{\sum_{i=1}^n H_i V_i}.$$

Рассмотренные алгоритмы применимы для многих типов СТС, что позволяет исследовать различные проекты профессионально направленного обучения в сфере обеспечения и повышения безопасности сложных технических систем.

Библиографический список

1. Калинина Е.С. Интегративный подход в обучении математическим и естественнонаучным дисциплинам в вузах МЧС России // Современное образование: содержание, технологии, качество. 2018. Т. 1. С. 86-89.
2. Власов Д.А., Синчуков А.В. Стратегия развития методической системы

- математической подготовки бакалавров // Наука и школа. 2012. № 5. С. 61-65.
3. Власов Д.А., Синчуков А.В. Новое содержание прикладной математической подготовки бакалавра // Преподаватель XXI век. 2013. № 1-1. С. 71-79.
 4. Селеменова Т.А. Дидактические аспекты разработки методики обучения математическим дисциплинам курсантов вузов МЧС России // В сборнике: Подготовка кадров в системе предупреждения и ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. Материалы международной научно-практической конференции. 2017. С. 223-226.
 5. Калинина Е.С., Каменев А.О. К вопросу об оценке пожарного риска административных зданий // Природные и техногенные риски (физико-математические и прикладные аспекты). 2017. № 3 (23). С. 16-22.
 6. Крюкова М.С., Кирпичникова А.А. Автоматизация процесса прогнозирования числа погибших при пожарах с помощью рядов Фурье // Природные и техногенные риски (физико-математические и прикладные аспекты). 2017. № 4 (24). С. 9-12.
 7. Дайнеко С.Г. Оценка достоверности контроля сложных многопараметрических объектов диагностирования // Сборник докладов XII Международной научно-технической конференции. ВМИРЭ. СПб., 2001. С.73–79.
 8. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие. М.: КНОРУС, 2013. 448 с.
 9. Мозгалеvский А.В., Койда А.Н. Вопросы проектирования систем диагностирования. Л: Энергоатомиздат, 1985. 112 с.
 10. Королук В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. Киев: Наукова думка, 1976. 184 с.