

Расчет эффективности проведения промо-акции с использованием U-критерия Вилкоксона - Манна - Уитни

Прохорова Наталья Юрьевна

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
Магистрант*

Смирнова Анна Сергеевна

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
к.п.н., доцент*

Аннотация

В статье рассматривается решение задачи с помощью непараметрического статистического U-критерия Манна-Уитни, позволяющего выявлять различия в значении параметра между малыми выборками.

Ключевые слова: U-критерий Вилкоксона-Манна-Уитни, независимые выборки, непараметрический критерий, ранжирование, эмпирические значения.

Calculation of the effectiveness of the promotion using Wilcoxon-Mann-Whitney U-test

Prokhorova Natalia Yurievna

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
Undergraduate*

Smirnova Anna Sergeevna

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
lecturer*

Abstract

The article deals with the solution of the problem using nonparametric statistical U-test Mann — Whitney, which allows to identify differences in the value of the parameter between small samples.

Keywords: Wilcoxon-Mann-Whitney U-test, independent samples, nonparametric test, ranking, empirical values.

Для оценки достоверности различий для несвязных выборок применяется ряд непараметрических критериев. Один из наиболее распространенных считается U-критерий Вилкоксона - Манна - Уитни. Американский химик и статистик Френк Уилкоксон (F. Wilcoxon) предложил данный метод выявления различий между выборками в 1945 году, а в 1947

году Х.°Б. Манн (H. V. Mann) с Д. Р. Уитни (D. R. Whitney) существенно переработали его и расширили [1].

U-критерий Вилкоксона - Манна - Уитни (критерий числа инверсий) относится к непараметрическому статистическому критерию, используемому для сравнения двух независимых выборок по уровню какого-либо признака, измеренного количественно. Данный метод основывается на определении того, достаточно ли мала зона перекрещивающихся значений между двумя вариационными рядами (ранжированными рядами значений параметра в первой и во второй выборках). Различия между значениями параметра в выборках являются более достоверными, когда значение критерия меньше.

Главным преимуществом метода является отказ от предположения нормальности распределения и одинаковых дисперсий [2].

Рассмотрим подробное решение задачи с непараметрическим статистическим критерием.

Цель работы – выполнение расчета U-критерий Вилкоксона - Манна - Уитни несколькими способами: аналитическим и on-line калькулятором.

Задача. В супермаркете проходили промо-акции. В одной из промо-акций участвовали красные ценники со скидкой на товар, в другой промо-акции покупателям предлагалось приобрести каждую пятую пачку продукта бесплатно. Показателем эффективности промо-акции является объем продаж. Требуется выяснить, какой из типов промо-акции более эффективен.

Рассматриваемые выборки являются независимыми, так как промо-акции проводились в разные дни, с различными условиями реализации продукта.

Выборка A:

34,38,40,28,31,28,36,36,35,33.

Выборка B:

26,30,26,25,30,26,27,29.

Решение:

Упорядочим по возрастанию выборку (A) будем считать выборкой 1, так как её значение выше, чем в выборке (B).

Выборка A:

28,28,31,33,34,35,36,36,38,40
(выборка 1- x), $n = 10$.

Выборка B:

25,26,26,26,27,29,30,30
(выборка 2- y), $n = 8$.

Построим статистические гипотезы:

H_0 – Объем продаж для выборки B не ниже объема продаж для выборки A.

H_1 – Объем продаж для выборки B ниже объема продаж для выборки A.

Аналитический метод решения задачи.

Полученные данные объединим в один ряд и проранжируем значения объединенного ряда.

Далее разделим ряд на две подгруппы x, y .

Затем посчитаем сумму рангов отдельно для каждой выборки.

Для удобства решения расчеты построим в таблице 1.

Таблица 1 – Ранжирование выборок.

x	ранг x	y	ранг y
-		25	1
-		26	3
-		26	3
-		26	3
-		27	5
28	6,5	-	
28	6,5	-	
-		29	8
-		30	9,5
-		30	9,5
31	11	-	
33	12	-	
34	13	-	
35	14	-	
36	15,5	-	
36	15,5	-	
38	17	-	
40	18	-	
сумма рангов	129		42

Проверим правильность ранжирования по формуле:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{18 \cdot 19}{2} = 171$$

Сумма рангов $129 + 42 = 171$, значит, ранжирование выполнено верно.

Посчитаем эмпирические значения по формуле:

$$U_{\text{эмп.1}} = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - T_1$$

$$U_{\text{эмп.1}} = 10 \cdot 8 + \frac{10 \cdot 11}{2} - 129 = 6;$$

$$U_{\text{эмп.2}} = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - T_2$$

$$U_{\text{эмп.2}} = 10 \cdot 8 + \frac{8 \cdot 9}{2} - 42 = 74.$$

Эмпирическое значение критерия U отражает то, в какой степени велика область совпадения между рядами. Поэтому чем меньше значение $U_{\text{эмп}}$, тем более вероятно, что различия будут являться достовернее [3].

Найдем $U_{\text{эмп}}$ согласно критерию Манна-Уитни:

$$U_{\text{эмп.}} = \min\{6,74\} = 6.$$

Определим критические значения по таблице приложения, используя объемы выборок $n_1 = 10$ и $n_2 = 8$:

$$U_{\text{крит.}} = \begin{cases} 20 & p \leq 0,05 \\ 13 & p \leq 0,01 \end{cases}.$$

Построим ось значимости (рис.1).

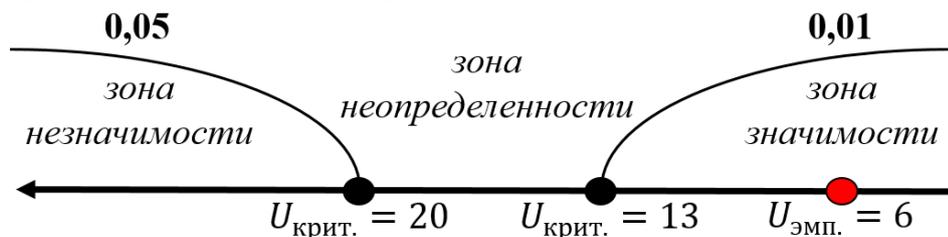


Рисунок 1 – Ось значимости

Значение $U_{\text{эмп.}} = 6$ попало в зону значимости, следовательно, H_1 на уровне значимости 0,01 (достоверность вывода 99%). Значит, более эффективен тип промо-акции с красными ценниками со скидкой на товар.

Решение задачи произведем с использованием on-line калькулятора, предназначенного для расчета статистических критериев, одним из которых является расчет критерия Манна-Уитни.

Первым этапом для расчета необходимо обозначить численность групп испытуемых (рис. 2).

Расчет критерия Манна-Уитни
(онлайн калькулятор)

Введите численность первой группы исследуемых:

Введите численность второй группы исследуемых:

Рисунок 2 – Ввод численности групп

На следующем этапе вводятся конкретные значения в группах, и программа автоматически рассчитывает показатели (рис. 3).

N	Значения в первой группе	N	Значения во второй группе
1	34	1	26
2	38	2	30
3	40	3	26
4	28	4	25
5	31	5	30
6	28	6	26
7	36	7	27
8	36	8	29
9	35		
10	33		

Рассчитать показатели

Рисунок 3 – Ввод значений

После того, как показатели рассчитаны, на экран выводятся значения критерия при заданной численности сравниваемых групп и вывод. К сожалению, формулы для расчета критерия остаются невидимы для пользователя, и вывод сделан не конкретизировано (рис.4).

U-критерий Манна-Уитни равен 6
Критическое значение U-критерия Манна-Уитни при заданной численности сравниваемых групп составляет 17
 $6 \leq 17$, следовательно различия уровня признака в сравниваемых группах статистически значимы ($p < 0,05$)

Рисунок 4 – Расчет показателей с выводом

Практическая значимость исследования заключается в применении непараметрических критериев, широко использующихся в социально – статистических исследованиях.

Непараметрические критерии имеют ряд достоинств:

- совершает поиск качественно – количественных отношений,
- с его помощью можно подтвердить или опровергнуть проверяемую гипотезу,
- применяется при небольшом объеме выборок,
- расчет простой, но обладающий достаточной мощностью.

Библиографический список

1. U-критерий Манна-Уитни. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/U-критерий_Манна_—_Уитни (дата обращения: 12.12.2018).
2. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. Учебник. М: Московский психолого–социальный институт. «Флинта», 2003 336с.
3. Критерий Манна-Уитни. URL: <https://math.semestr.ru/corel/mann-whitney.php> (дата обращения: 12.12.2018).
4. Медицинская статистика // Расчет критерия Манна-Уитни (онлайн калькулятор). URL: <http://medstatistic.ru/calculators/calcmann.html> (дата обращения: 12.12.2018).