

## **Моделирование нелинейных эффектов информационного влияния в социальных сетях**

*Дмитриева Людмила Анатольевна  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Кандидат физико-математических наук, доцент*

*Куперин Юрий Александрович  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Доктор физико-математических наук, профессор*

*Пазгалова Екатерина Юрьевна  
Санкт-Петербургский государственный университет  
Магистр искусств и гуманитарных наук, лаборант*

### **Аннотация**

Авторами была предложена модель нелинейного взаимодействия агентов социальной сети, в основе которой лежит матричное обобщение известного одномерного логистического отображения. Подобные модели ранее не рассматривались и численно не проверялись. В ходе численных экспериментов наблюдались различные моды поведения агентов. Вклад авторов заключается также и в том, что математическое описание модели было переведено в программные алгоритмы, проведена настройка параметров и численная проверка гипотез, которые все получили подтверждение.

**Ключевые слова:** социальная сеть, мнение агента, репутация агента, влияние агента, нелинейная модель информационного влияния

### **Modeling of nonlinear effects of information influence in social networks**

*Dmitrieva Ludmila Anatolievna  
Saint Petersburg State University  
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor*

*Kuperin Yuri Aleksandrovich  
Saint Petersburg State University  
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor*

*Pazgalova Ekaterina Yurievna  
Saint Petersburg State University  
Master of Arts and Humanities, laboratory assistant*

**Abstract**

The authors proposed a model of nonlinear interaction of social network agents, which is based on a matrix generalization of the known one-dimensional logistic mapping. Similar models have not been considered previously and have not been verified numerically. In the course of numerical experiments, various modes of agent behavior were observed. Contribution of the authors is also in the fact that the mathematical description of the model has been translated into software algorithms, the parameters have been tuned and the hypotheses have been numerically tested, all of which have been confirmed

**Keywords:** social network, agent's opinion, agent's reputation, agent's influence, nonlinear information influence model

**1. Введение: сведения о социальных сетях**

Социальные науки изучают отношения между признаками индивидов и признаками общества, которое эти индивиды образуют. То есть, исследуется двусторонняя связь: как взаимодействие на нижних уровнях (между несколькими людьми) может быть спроецировано на общество в целом и наоборот, как общество влияет на человека. Социальные структуры могут анализироваться с помощью сетевого подхода: общество как сеть различных отношений, обмена информацией и ресурсами между агентами этой сети. [1] Дадим, согласно источнику [2], определение социальной сети и основных ее атрибутов, которые понадобятся нам для дальнейшей работы.

*Социальная сеть* — структура, состоящая из множества агентов и определенного на нем множества отношений (совокупность связей между агентами, например, знакомства, дружбы, сотрудничества и т.п.).

*Мнение* — способ агента выразить себя через суждение, высказывание, оценку. В данной работе рассматриваются только количественные мнения, то есть, выраженные числом.

*Репутация* — ожидаемая норма деятельности агента (какого поведения от него ожидают), а также «весомость» мнения агента, определяемая предшествующей адекватностью его суждений и/или эффективностью его деятельности (см. также [3]).

*Влияние* — процесс и результат изменения индивидом своего мнения в ходе взаимодействия с другим агентом [4].

Введем также дополнительные для построения модели понятия: группы, сообщества и спутника [5].

*Сообщество* – такое множество, в котором агенты не подвержены влиянию других, не принадлежащих данному сообществу. Если  $i$ -й агент находится в сообществе, а  $j$ -й – в той же социальной сети, но вне данного сообщества, то соответствующий элемент матрицы,  $a_{ij}$ , будет равняться нулю.

*Группа* – минимальное сообщество, внутри которого нельзя выделить еще одно сообщество. То есть любые два агента «связаны» прямым или косвенным влиянием.

*Спутник* – агент, который не входит ни в одну группу. Сам он не оказывает влияния ни на одного из «групповых» агентов, а только подвержен их влиянию.

В реальных социальных сетях мы можем наблюдать следующие эффекты и свойства, обусловленные характеристиками и потребностями агентов, характером их взаимодействия и свойствами самой социальной сети [6]:

- 1) Наличие собственных мнений агентов. Для каждого агента сети мы можем задать некоторое число, оценивающее его мнение относительно вопроса или группы вопросов.
- 2) Изменение мнений под влиянием других членов социальной сети. За некоторый промежуток времени мнение агента может измениться в ходе взаимодействия с другими членами сети. Различают направленное и ненаправленное влияние, прямое или косвенное социальное влияние и другие факторы социальной корреляции.
- 3) Различная значимость мнений одних агентов для других агентов и, как следствие, существование «лидеров мнений» – агентов с максимальным влиянием.
- 4) Различная степень подверженности агентов влиянию, которое может проявиться в конформизме или нонконформизме, в устойчивости определенных мнений. У агента существует порог чувствительности к изменению мнений окружающих, ниже которого агент не будет изменять мнение под внешним влиянием.
- 5) Существование внешних факторов влияния и внешних агентов. Их влияние на агентов сети обычно незначительно. Сюда относятся реклама, маркетинговые акции и т. п.

Таким образом, социальная сеть является сложной системой, состоящей из большого количества элементов (агентов сети). Агенты реализуют свои потребности в ходе взаимодействия, что приводит к масштабному, коллективному поведению и проявлению различных свойств и эффектов сети. Однако попытка «разобрать» систему на части и изучить ее элементы по отдельности не приведет к пониманию того, как система работает в целом. Поэтому разумно сосредоточиться на анализе топологических особенностей таких систем и рассмотрении моделей взаимодействия между их составляющими [1].

## **2. Модель нелинейного взаимодействия агентов**

Нами было предложено сделать модель влияния нелинейной по мнениям, используя матричное обобщение логистического отображения. Такая модель не встречалась ранее в исследованиях, поэтому перед нами стояла задача проведения масштабных численных экспериментов. Прежде чем перейти к непосредственному описанию нелинейной модели, поясним, что такое логистическое отображение [7; 8].

Логистическим или квадратичным отображением называется дискретное отображение:

$$x_\tau = r(1 - x_{\tau-1}) x_\tau$$

где  $\tau = 1, 2, \dots$  - номер итерации, переменная  $x_\tau \in [0, 1]$  описывает состояния дискретной динамической системы в каждый момент времени  $\tau$ . В зависимости от величины управляющего параметра  $r \in (0; 4]$  поведение итераций может находиться в различных хорошо исследованных режимах.

Перейдем к описанию предложенной в работе матричной модели.

Пусть  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  – множество агентов, входящих в социальную сеть. В процессе обмена мнениями агенты влияют друг на друга, и это влияние описывается матрицей  $A = \|a_{ij}\|$ , размером  $n \times n$ . Каждый элемент матрицы означает степень влияния  $j$ -того агента на  $i$ -того, или, если угодно, доверие  $i$ -того агента  $j$ -тому. Здесь  $A = \|a_{ij}\|$  - не обязательно стохастическая матрица [9], как это требовалось, например, в линейной модели информационного влияния [10; 11; 12].

Динамика модели описывается уравнением:

$$x_i^\tau = \sum_{j=1}^n a_{ij} (1 - x_j^{\tau-1}) x_j^{\tau-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \tau = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

Начальное мнение каждого агента выражается вещественным числом  $x_i^0 \in [0, 1]$ , где  $i$  - порядковый номер агента, начальное мнение всех участников сети формируется в виде вектора  $X^0$ , размерность которого равна  $n$ .

В рамках этой модели предполагалось обнаружить следующие эффекты и свойства:

1. В предельном случае диагональной матрицы влияния  $A = \|a_{ij}\|$  агенты будут демонстрировать различные моды поведения: сомнение, принятие какого-либо решения после недолгого колебания или демонстрация равнодушия к обсуждаемому вопросу.
2. Предполагается, что сети с заданными группами и спутникам не обязательно сохраняют свою структуру к концу обмена мнения. Группы могут распадаться после некоторого числа итераций. Возможна и другая ситуация: агенты образуют новые группы, в которых достигается консенсус по мнениям.
3. В случае недиагональной матрицы влияния  $A = \|a_{ij}\|$  мы получим различные картины поведения агентов: кто-то будет колебаться в принятии определенного мнения, другие смогут договориться, некоторые агенты могут потерять интерес к обсуждаемому вопросу.

Стоит пояснить, что перед нами не стояла задача проверки результатов математического моделирования в сравнении с эмпирическими данными. Сбор, обработка и интерпретация данных из реальных онлайн-социальных сетей, а также сравнение с результатами изложенной теории предполагается осуществить в будущих исследованиях.

Предельным случаем нашей модели является случай диагональной матрица влияния:

$$A = \begin{pmatrix} r_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & r_n \end{pmatrix}$$

Тогда базовая динамика модели распадается на набор несвязанных уравнений для каждого:

$$x_i^\tau = r_i (1 - x_i^{\tau-1}) x_i^{\tau-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Таким образом, предельный случай нашей модели позволяет нам изучить изолированное поведение каждого агента, когда социальной сети нет. На рисунках с 1 по 3 отражена динамика начального мнения  $x_1^0$  первого агента при различных значениях управляющего параметра  $r_1$ . На рисунке 1 приведена динамика начального мнения первого агента  $x_1^0$  в каждый момент времени  $\tau$  (то есть показано  $x_1^\tau$ ) для 30 итераций при значении управляющего параметра  $0 < r_1 < 1$ . Таким образом при указанных значениях управляющего параметра агент отказывается принимать решение по рассматриваемому вопросу, то есть не имеет своего мнения.

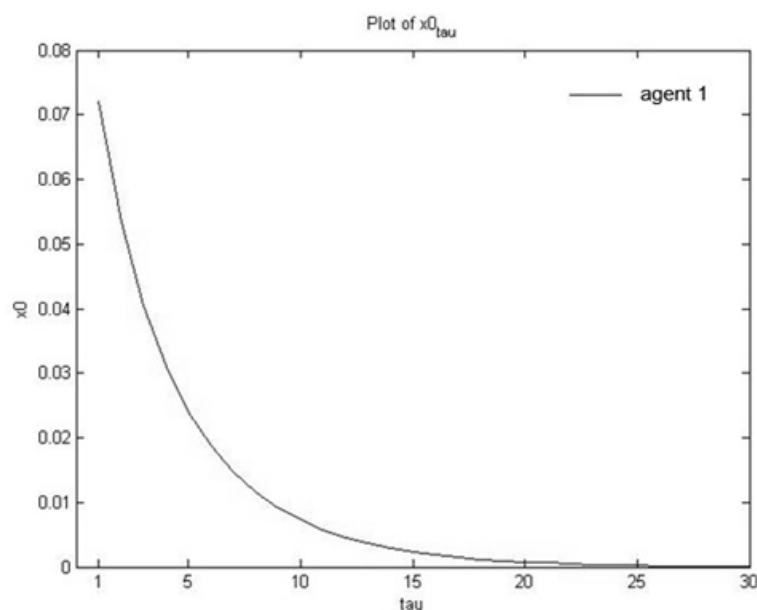


Рисунок 1 – График динамики начального мнения первого агента  $x_1^0$  после 30 итераций. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значение  $x_1^0$  в момент времени  $\tau$  при  $0 < r_1 < 1$

На рисунке 2 агент, имеющий управляющий параметр в пределах  $1 < r_1 < 3$  (однопериодический режим логистического отображения), демонстрирует вполне реальное поведение сомневающегося человека.

Сначала мнение агента колеблется в некоторых пределах, но начиная с 30 шага, мнение стабилизируется. Значит, агент пришел к определенному мнению.

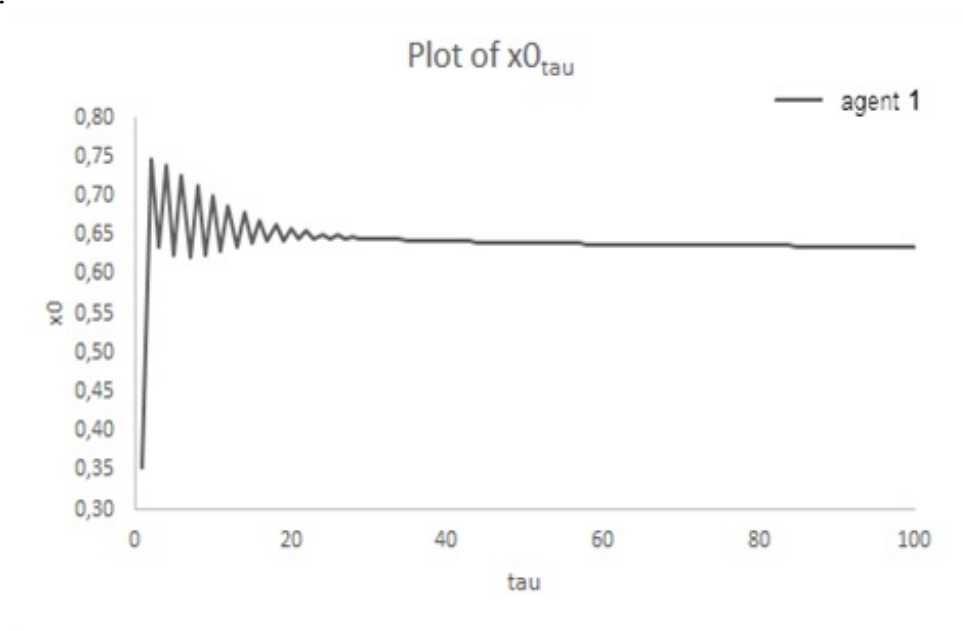


Рисунок 2 – График динамики начального мнения первого агента  $x_1^0$  после 100 итераций. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значение  $x_1^0$  в момент времени  $\tau$  при  $1 < r_1 < 3$

Динамика мнения агента, представленная на рисунке 3, может быть проинтерпретирована следующим образом: если его управляющий параметр равен, например  $r_1 = 4$  (хаотический режим динамики логистического отображения), то такой агент не смог сформировать мнение по обсуждаемому вопросу, при чем "колебания" его мнения будут носить хаотический характер. Это означает, что динамика его мнения будет существенно зависеть от его начального мнения  $x_1^0$ .

Безусловно, любой изолированный агент с управляющим параметром, соответствующими  $2^m$ ,  $m = 1, 2, 3, 4, \dots$  -периодической динамике логистического отображения, также будет постоянно колебаться и не сможет прийти к определенному мнению, однако эти колебания не будут зависеть от первоначального мнения этого агента.

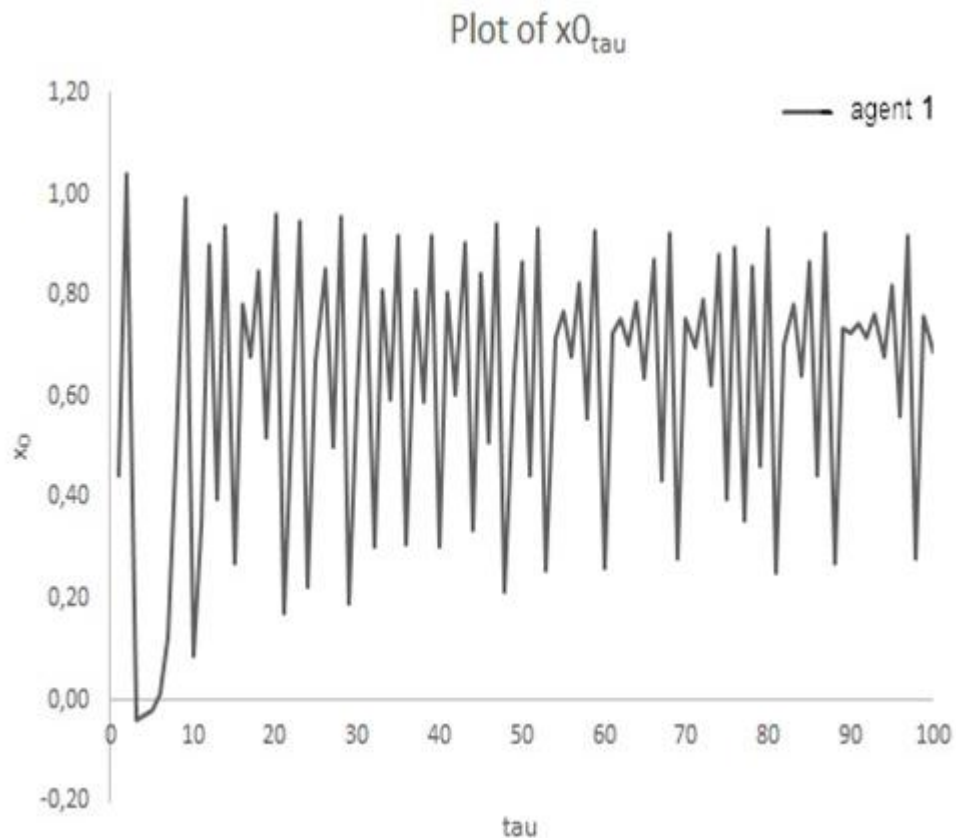


Рисунок 3 – График динамики начального мнения первого агента  $x_1^0$  после 100 итераций. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значение  $x_1^0$  в момент времени  $\tau$  при  $r_1 = 4$

Приведем далее лишь результаты для нелинейной модели социальной сети из 8 взаимодействующих агентов. Вектор начальных мнений определялся следующим образом:

$$X^0 = (0.1, 0.7, 0.2, 0.4, 0.5, 0.1, 0.8, 0.9)$$

Матрица исходного доверия/влияния имела вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0.4 & 2.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0.8 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Напомним, что каждый элемент  $a_{ij}$  матрицы  $A$  означает степень влияния  $j$ -того агента на  $i$ -того.

В этой сети есть 2 группы и 2 спутника (агент № 1 и № 8) за счет соответствующих нулевых значений матрицы влияния. Одна группа состоит

из агентов № 3, № 6 и № 8. Вторая группа состоит из агентов № 2, № 4 и № 5. Итеративный процесс определяется нелинейной матричной моделью (1). Варьируя один или несколько элементов матрицы (2) (не меняющих структуру групп и спутников в сети), был проведен ряд численных экспериментов для изучения группового поведения агентов с помощью программы, реализованной в среде Matlab. Результаты представлены на рисунках 4 – 7.

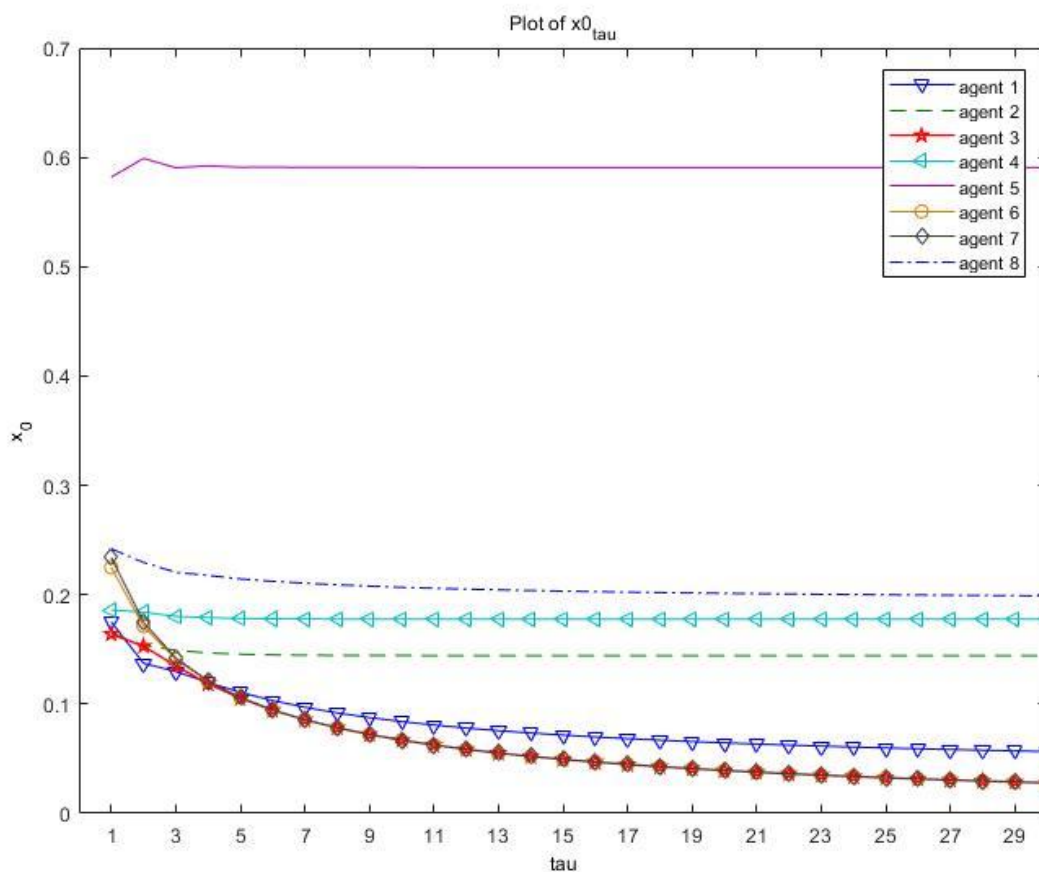


Рисунок 4 – Динамика вектора начальных мнений  $X^0$  при 30 итерациях. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значения вектора начальных мнений в момент  $\tau$ .



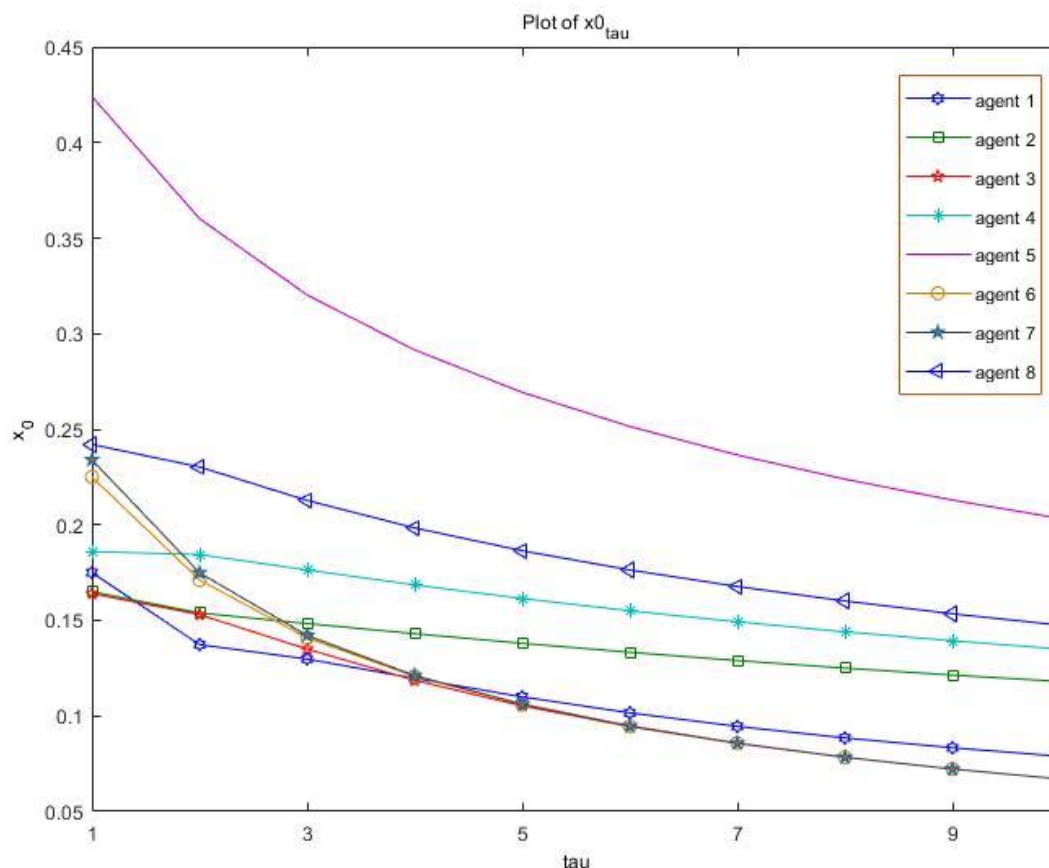


Рисунок 5 – Динамика вектора начальных мнений  $X^0$  при 10 итерациях. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значения вектора начальных мнений в момент  $\tau$ .

Даже для сети, состоящей всего лишь из 8 агентов, мы наблюдаем разнообразие режимов поведения и динамики мнений. На рисунке 5, например, в сети происходит переход агентов в группы с другим составом. Такое явление мы наблюдаем и в реальных сообществах.

На рисунке 7 можно заметить довольно любопытный процесс влияния – агенты № 1, № 4 и № 5 не могут сформировать свое мнение, агенты № 3, № 6, № 7 и № 8 «решают» не участвовать в обсуждении (их численные мнения с течением времени стремятся к 0), и лишь единственный агент № 2 пришел к определенному мнению в процессе взаимодействия.

Таким образом, сеть, заданная нелинейной матричной моделью, демонстрирует различные режимы функционирования: агенты необязательно сходятся к единому мнению, а могут колебаться в принятии решения, избегать обсуждения.

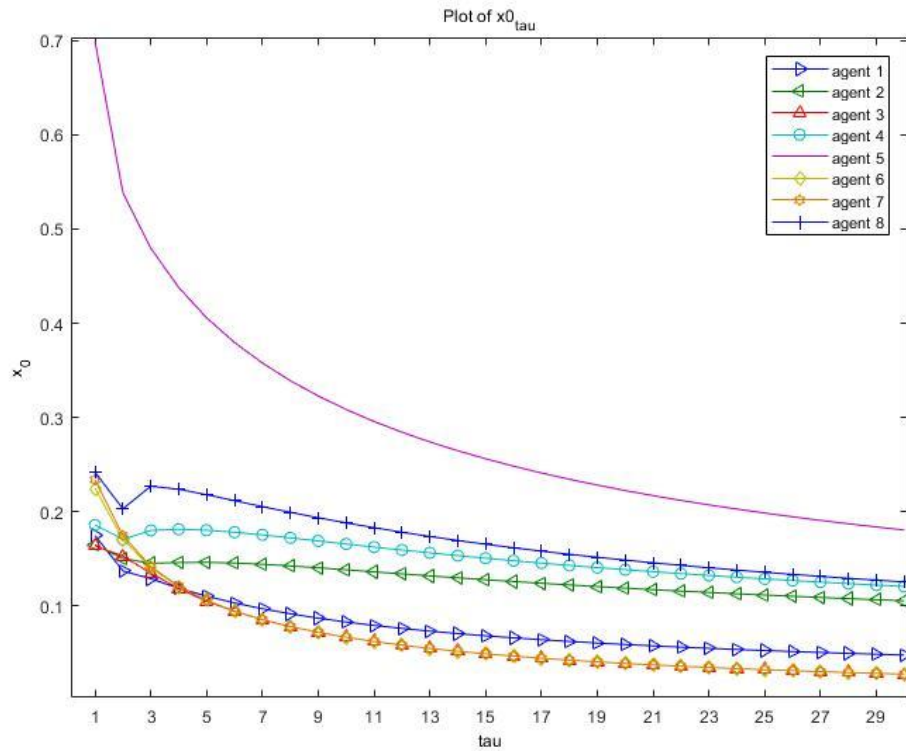


Рисунок 6 – Динамика вектора начальных мнений  $X^0$  при 30 итерациях. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значения вектора начальных мнений в момент  $\tau$ .

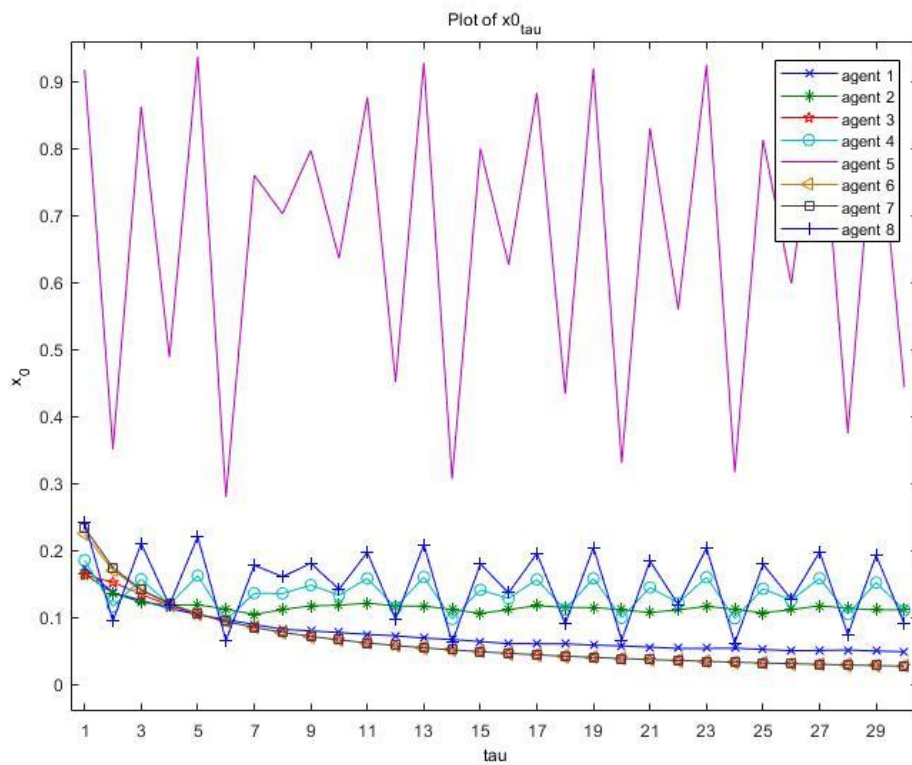


Рисунок 7 – Динамика вектора начальных мнений  $X^0$  при 30 итерациях. По горизонтальной оси отложен номер итерации  $\tau$ , по вертикальной – значения вектора начальных мнений в момент  $\tau$ .

Наш вклад в проблематику информационного влияния в социальных сетях заключается не только в построении нелинейной матричной модели такого влияния, но также и в том, что математическое описание моделей было переведено в программные алгоритмы, проведена настройка параметров и численная проверка гипотез, которые все получили подтверждение. Для каждого численного эксперимента нами был написан и отлажен программный код в среде MatLab.

### Библиографический список

1. Onnela J.-P. Complex networks in the study in social systems // Helsinki University of Technology Laboratory of Computational Engineering Publications, 2006. URL: <http://lib.tkk.fi/Diss/2006/isbn9512282704>
2. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства.–М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. С. 103-123.
3. Доценко Е.Л. Психология манипуляции: феномены, механизмы и защита. М.: ЧеРо, 1997. 344 с.
4. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Модели репутации и информационного управления в социальных сетях// Математическая теория игр и ее приложения, Т.1. №2. Петрозаводск: КарНЦ РАН, 2009 .С. 67-83.
5. Новиков Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд. М.: Издательство физико-математической литературы, 2008. 184 с.
6. Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Модели влияния в социальных сетях (обзор) // Управление большими системами. 2009. №27. С. 205-281.
7. Данилов Ю.А. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение. М.: КомКнига, 2006.
8. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
9. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
10. Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Издательство физико-математической литературы, 2010.
11. Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Модели информационного влияния и информационного управления в социальных сетях// Проблемы управления. 2009. № 5. С. 28-35.
12. Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Модели репутации и информационного управления в социальных сетях// Математическая теория игр и ее приложения. 2009. Т. 1, № 2. С. 14-37.