

Аналитический расчет прогиба балочной фермы с приподнятой панелью в нижнем поясе

Комерзан Евгений Владиславович

НИУ «МЭИ»

к.т.н., доцент

Свириденко Олеся Вячеславовна

НИУ «МЭИ»

к.т.н., доцент

Аннотация

Плоская статически определимая ферма, стержень в средней панели которой отсутствует, равномерно загружается по узлам верхнего пояса. Выводится зависимость прогиба фермы от ее размеров, нагрузки и числа панелей. Применяется алгоритм метода вырезания узлов для определения усилий и индуктивный метод для обобщения решения на произвольное число панелей. Все преобразования выполнены в системе компьютерной математики Maple.

Ключевые слова: ферма, интеграл Мора, прогиб, индукция, Maple

Analytical calculation of the deflection of a beam truss with an elevated panel in the lower belt

Komerzan Evgeny Vladislavovich

NRU «MPEI»

Ph. D., associate Professor

Sviridenko Olesya Vyacheslavovna

NRU «MPEI»

Ph. D., associate Professor

Abstract

A flat statically determinate truss, the rod in the middle panel of which is absent, is evenly loaded along the nodes of the upper belt. The dependence of the deflection of the truss on its dimensions, load and number of panels is derived. The algorithm of the method of cutting out nodes for determining forces and an inductive method for generalizing the solution to an arbitrary number of panels are used. All transformations are performed in the computer mathematics system Maple.

Keywords: truss, Mohr's integral, deflection, induction, Maple

Не всегда в балочных фермах нижний пояс должен быть прямолинейным. В случае, если эта ферма используется в конструкции моста

или путепровода, необходимо организовать дополнительную возможность для прохода крупногабаритных транспортных средств хотя бы в каком-то одном месте под этой фермой. Разработанная профессором Кирсановым М.Н. схема (рис. 1) является с одной стороны статически определимой, с другой - один из стержней нижнего пояса изъят из конструкции как раз для обеспечения требуемого эксплуатационного свойства фермы. Для вывода аналитической зависимости прогиба такой фермы от ее размеров, нагрузки и числа панелей используем программу [1] и методику, примененную в расчете ряде аналитических расчетов арочных [2-7], внешне статически неопределимых [8-12] и пространственных ферм [13-19].

Ферма имеет n панелей в половине пролета и состоит из стержней длиной $2a$ в нижнем и верхнем поясе, стоек высотой h и раскосов длиной $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ и $d = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. В рассматриваемой ферме число стержней - $k = 16n + 8$, включая три опорные стержня. Число шарниров (узлов) - $8n + 4$. Уравнения равновесия в проекциях на оси координат составляются для узлов в программе [1].

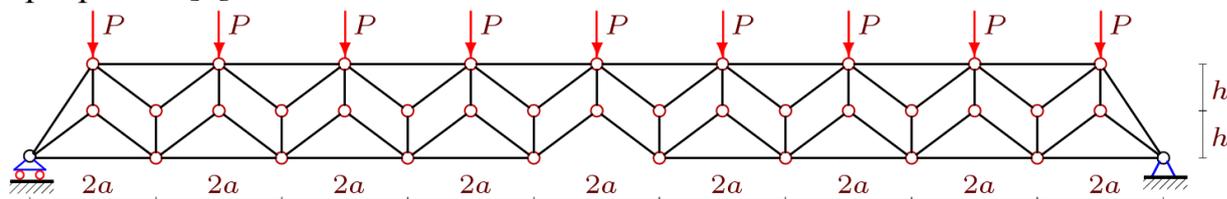


Рисунок 1 — Ферма при нагрузке сверху, $n=4$

В программу вводятся координаты узлов и структура решетки. Приведем фрагмент программы на языке системы Maple ввода координат узлов нижнего и верхнего пояса (начало координат в левой опоре)

```
> for i to 2*n+1 do
>   x[i+2*n+2]:=a*(2*i-1); y[i+2*n+2]:=h;
>   x[i+4*n+3]:=a*(2*i-1); y[i+4*n+3]:=2*h;
> od;
```

Соединение узлов и стержней управляется векторами $N[i]$, содержащими номера концов соответствующего стержня. Решение системы линейных уравнений в символьной форме дает выражения для усилий во всех стержнях. Для вычисления прогиба используется интеграл Мора в виде:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{k-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Здесь обозначено: $S_i^{(P)}$ — усилия в стержнях от заданной нагрузки, l_i — длины стержней, $S_i^{(1)}$ — усилия от единичной силы, приложенной к середине верхнего пояса, EF — жесткость стержней фермы. Индукция по нескольким фермам дает формулу для прогиба вида

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 h^3 + C_3 c^3 + C_4 d^3) / (2h^2 EF).$$

Выявить общие члены последовательностей коэффициентов, полученных из расчетов отдельных ферм, позволяют операторы `rgf_findrecur` пакета `genfunc` системы Maple. Так для членов последовательности коэффициентов при h^3 получено линейное однородное рекуррентное уравнение пятого порядка

$$C_{2(n)} = 5C_{2(n-1)} - 10C_{2(n-2)} + 10C_{2(n-3)} - 5C_{2(n-4)} + C_{2(n-5)}.$$

Оператор `rsolve` дает следующие выражения, замыкающие решение поставленной задачи

$$C_1 = 2n^2(2n^2 + 2n + 1), C_4 = 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1,$$

$$C_2 = 4(50n^4 + 76n^3 + 58n^2 + 20n + 3) / 3,$$

$$C_3 = (100n^4 + 152n^3 + 110n^2 + 34n + 3) / 3.$$

Обзор работ по расчету прогибе плоских ферм выполнен в [11, 20, 21]. Выражения для прогиба плоских ферм различной конструкции в аналитической форме найдены в [25-31]. Аналитический расчет решетчатых ферм методом индукции в системе Maple дан в [9, 22, 24, 32-34].

Библиографический список

1. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Компанеец К. А. Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосой фермы при нагрузке в середине пролета // Молодежь и наука. 2017. №4.
3. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50–55
4. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
5. Рахматулина А.Р., Смирнова А.А. Вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей в системе Maple//Материалы Всероссийской научно-практической конференции «45 лет отрасли легких металлоконструкций: от модуля Кисловодск до модуля Пятигорск» Пятигорск: Издательство ПФ СКФУ, 2017. С.85–88.
6. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9–14.
7. Широков А. С. Индуктивный вывод зависимости прогиба и смещения опоры арочной фермы от числа панелей в системе Maple // Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии» -GRACOS-17. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2017. С. 267–272.
8. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне

- статически неопределимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12, № 8 (107). С. 869–875.
9. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
 10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3 (873). С. 26-29.
 11. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12. С. 28.
 12. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решётчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
 13. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37-43.
 14. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165–171.
 15. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5. С. 11-15.
 16. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
 17. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
 18. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5–8.
 19. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice // Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.5.
 20. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
 21. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247–254.
 22. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. 4 (874). С. 20–23.
 23. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба двухпролетной плоской фермы // Механизация строительства. 2017. № 5. С. 35–38.
 24. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей // Механизация строительства. 2017. № 10. С. 24–27.

25. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice // Magazine of Civil Engineering. 2017. No. 3. P. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7
26. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. №5. С.11–13.
27. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. №9. С. 8–10.
28. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте, моделируемом фермой // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560–569.
29. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С. 23–27.
30. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61–68.
31. Воропай Р.А. Вывод зависимости прогиба плоской шпренгельной фермы от числа панелей // Постулат. 2017. № 11.
32. Кирсанов М.Н., Хроматов В.Е. Моделирование деформаций плоской фермы треугольного очертания // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. 6(275). С. 24–28.
33. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчёта прогиба балочной многорешётчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 2 (271). С. 6–10.
34. Кирсанов М.Н. Точное решение задачи о прогибе решетчатой фермы с произвольным числом панелей // Научный журнал строительства и архитектуры. 2017. №4(48). С. 83-89.