

Нахождение функции минимума с помощью генетического алгоритма в SciLab

Кочитов Михаил Евгеньевич

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
Студент*

Баженов Руслан Иванович

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
к.п.н., доцент, зав. кафедрой информационных систем, математики и
методик обучения*

Аннотация

В статье рассматривается метод решения оптимизационной задачи с помощью генетического алгоритма, используя программные средства SciLab. Также был рассмотрен способ решения задачи и без использования генетического алгоритма.

Ключевые слова: SciLab, генетический алгоритм, минимум функции.

Finding the minimum of a function using a genetic algorithm in SciLab

Kochitov Mikhail Evgenyevich

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
Student*

Bazhenov Ruslan Ivanovich

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
Candidate of pedagogical sciences, associate professor, Head of the Department
of Information Systems, Mathematics and teaching methods*

Abstract

The article considers the method of solving the optimization problem using the genetic algorithm, using the software tools SciLab. The method of solving problems was also considered without using a genetic algorithm.

Keywords: SciLab, genetic algorithm, minimum function.

В наше время существует множество оптимизационных задач, которые решаются различными способами, такими как, методом линейного программирования, симплекс методом, с помощью генетического алгоритма и других. Целью таких задач является нахождение экстремума (максимума или минимума) функции, которые дадут наиболее оптимальный результат в решении таких задач.

Цель данного исследования заключается в рассмотрении способа решения задачи, в которой необходимо найти минимум функции, используя генетический алгоритм в программной среде SciLab, а также и без него. Описание задачи: «В одной местности расположены два населенных пункта А и В, между которыми проходит широкая река, населенные пункты А и В отдалены от самой реки на a и b км соответственно, пункт В находится на d км ниже по течению реки. В каком месте надо построить мост, чтобы путь между населенными пунктами А и В, проходящим через мост был самым кратчайшим?» [11]. В данной задаче требуется найти место для постройки моста, чтобы путь между пунктами А и В был самым коротким.

В статье С.Н.Ефимова используется автоматический выбор операторов в генетическом алгоритме [1]. В.Н.Давиденко в генетических алгоритмах канальной трассировки применяет операции мутации [2]. Рассматривая статью Н.В.Слепцова можно увидеть проблемы выбора способа представления в генетических алгоритмах [3]. В статье М.А.Владимирова описывается применение генетических алгоритмов для автоматической генерации тестов [4]. С.С.Волкова и Е. С. Семенкин рассматривают варианты адаптивной мутации в генетическом алгоритме [5]. В статье К.А. Степанова представлена классификация операторов скрещивания в генетических алгоритмах [6]. Д.А.Карташов и др.проанализировали влияние величины диапазона поиска решений на эффективность работы генетического алгоритма при расшифровке рентгеновских рефлектограмм [7]. В статье L.L.de Oliveira, A.A.Freitas, R.Tinós используется генетический алгоритм оптимизации для поиска наилучших гипотетических кодов [8]. S.D.Dao, K.Abhary, R.Marian проводят библиометрический анализ генетических алгоритмов на протяжении всей истории [9]. В статье В.К. Patle, D.R.K. Parhi, A.Jagadeesh, S.K.Kashyap представлен новый вариант генетического алгоритма с использованием двоичных кодов через матрицу для мобильной навигации робота в статической и динамической среде [10].

В данном исследовании мы решим задачу, в которой требуется найти место для постройки моста, чтобы путь между пунктами А и В, проходящей через мост был самым кратчайшим. Решением этой задачи будет использован генетический алгоритм, интегрированный в программе SciLab.

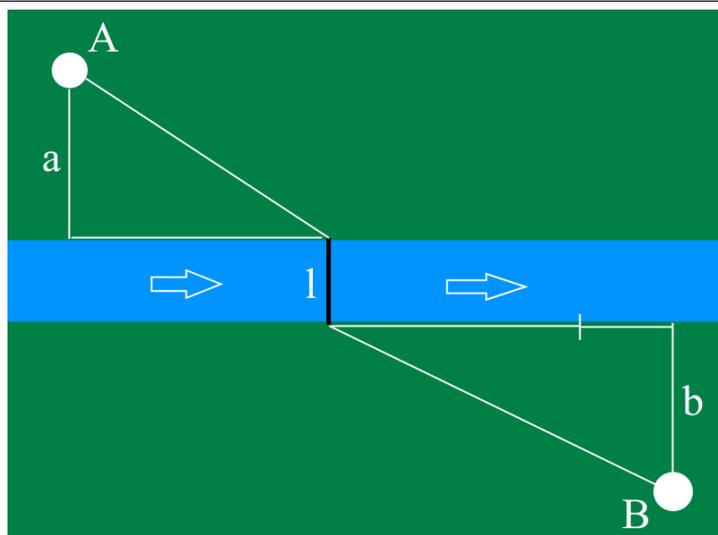


Рисунок 1 – Схема представления задачи про «Мост»

На рисунке 1 показана схема самой задачи в ней изображены пункты А и В, которые отдалены от реки на расстояниях а и b соответственно, буквой l изображена длина самого моста. В задаче используется функция, обозначающая сам путь $y = \sqrt{a^2 + x^2} + l\sqrt{b^2 + (d - x)^2}$, где а и b – расстояние пунктов А и В от реки, l – длина моста, x – расстояние проекции от пункта А до моста, который расположен ниже по течению реки, d – максимальное расстояние проекции от пункта В до моста, расположенное ниже по течению реки. В задаче есть условие, что $0 < x < d$. В задаче необходимо найти x, чтобы функция

$y = \sqrt{a^2 + x^2} + l\sqrt{b^2 + (d - x)^2}$ была минимальной, то есть $y = S_{\min}$, сам x ищется по формуле $x = \frac{ab}{a + b}$

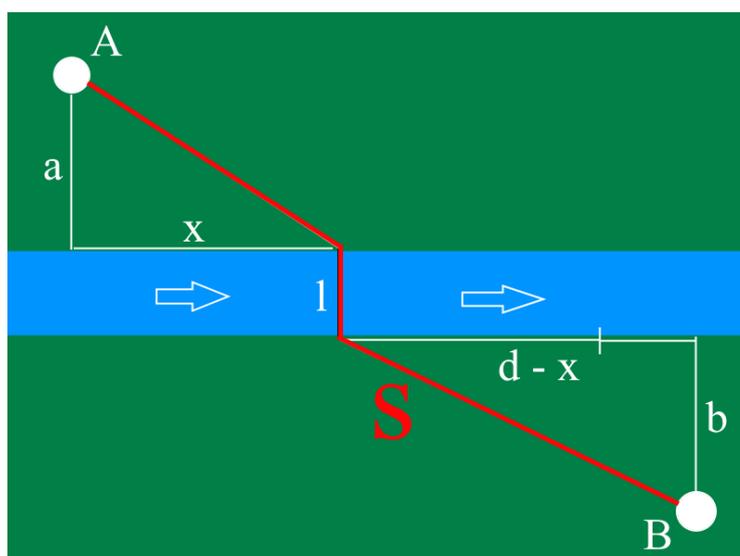


Рисунок 2 – Схема представления задачи про «Мост» с добавленными обозначениями проекций и выделенным путем S красного цвета

Генетический алгоритм будет генерировать x в границах от 0 до d , тем самым определив оптимальное расстояние проекции от пункта А до места, где необходимо построить мост, чтобы путь S был минимально возможным.

Функцию $y = \sqrt{a^2 + x^2} + l\sqrt{b^2 + (d-x)^2}$, которая определяет путь между пунктами А и В мы применим в программе SciLab, сам код функции представлен на рисунке ниже:

```
function y=f(x, a, b, l, d)
y = sqrt(a.^2 + sum(x.^2)) + l + sqrt(b.^2 + (d - sum(x)).^2);
endfunction
```

Рисунок 3 – код функции в программе SciLab

Теперь напишем функцию, которая вычисляет x по формуле $x = \frac{ab}{a+b}$. Эта функция не будет обрабатываться генетическим алгоритмом, а просто вычислит x , указав известные входные параметры a и b (расстояния пунктов от реки).

```
function x=f1(a, b)
x = (a * b) / (a + b);
endfunction
```

Рисунок 4 – код функции, вычисляющий x в программе SciLab

Далее напишем ту же функцию, что определяет путь

($y = \sqrt{a^2 + x^2} + l\sqrt{b^2 + (d-x)^2}$) только без использования генетического алгоритма, так как x будет известен и мы должны посмотреть погрешность результата кратчайшего пути с использованием генетического алгоритма и без него.

```
function y=f2(x, a, b, l, d)
y = sqrt(a.^2 + x.^2) + l + sqrt(b.^2 + (d - x).^2);
endfunction
```

Рисунок 5 – код функции в программе SciLab, который не будет использоваться генетическим алгоритмом

После укажем основные параметры для генетического алгоритма, а это PopSize – количество особей популяции, Proba_cross – вероятность скрещивания особей, Proba_mut – вероятность мутации особей, NbGen – количество итераций (поколений), NbCouples – количество пар, которые будут выбраны для скрещивания и мутации. Далее к этим параметрам присвоим значения, представленные на рисунке ниже:

```

PopSize .....= 100;
Proba_cross = 0.7;
Proba_mut   = 0.1;
NbGen .....= 10;
NbCouples  = 110;
Log .....= %T;

```

Рисунок 6 – код основных параметров генетического алгоритма в программе SciLab

Теперь нам необходимо указать дополнительные параметры для генетического алгоритма, чтобы результат решения данной задачи был оптимальным. Для этого нам надо учитывать условие задачи, что x должен генерироваться в границах от 0 до d , поэтому мы используем параметр «minbound» - для установки минимального значения x и «maxbound» - для установки максимального значения x . Опираясь на ограничение x , то в параметре «minbound» поставим значение 0, а в «maxbound» значение d , которое допустим равно 10.

```

ga_params = init_param();
// Parameters to control the initial population.
ga_params = add_param(ga_params, "minbound", [0]);
ga_params = add_param(ga_params, "maxbound", [10]);

```

Рисунок 7 – код дополнительных параметров генетического алгоритма в программе SciLab

Дальше осталось написать код вызова генетического алгоритма, который будет обрабатывать функцию данной задачи:

$y = \sqrt{a^2 + x^2} + l\sqrt{b^2 + (d - x)^2}$. Для начала надо указать входные параметры функции, а это a , b , l и d

```

// Pass the extra parameters to the objective function
a = 12.8;
b = 7.3;
l = 1.5;
d = 10.0;
most_S_min = list(f, a, b, l, d);

```

Рисунок 8 – код входных параметров для функции в программе SciLab

Как видим на рисунке 5, `most_S_min` является списком функции f (сам путь S), который имеет 4 входных параметра: $a = 12.8$, $b = 7.3$, $l = 1.5$ и $d = 10.0$.

Далее напишем саму интегрированную функцию генетического алгоритма в SciLab – `optim_ga`

```
//.Optimize.!\n
disp ("Генетический алгоритм оптимизации кратчайшего пути");\n
[pop_opt, fobj_pop_opt] = ...\n
optim_ga (most_S_min, PopSize, NbGen, Proba_mut, Proba_cross, Log, ga_params);
```

Рисунок 9 – код функции `optim_ga` с параметрами в программе SciLab

Функция `optim_ga` исполняет генетический алгоритм с указанными параметрами и выводит оптимальный результат минимума и максимума функции, которая была указана в первом параметре `optim_ga`.

Теперь нам осталось написать код, который будет вычислять x и путь S , без использования генетического алгоритма.

```
disp ("Расстояние проекции от пункта А до места, где надо построить мост, чтобы путь S был кратчайшим");\n
x = f1(a, b);\n
disp (x);\n\n
disp ("Вычисление пути без использования генетического алгоритма с найденным X");\n
y = f2(x, a, b, l, d)\n
disp (y);
```

Рисунок 10 – код функций, которые ищут x и путь без использования генетического алгоритма

После осталось скомпилировать полный код и исполнить его в программе SciLab, чтобы увидеть полностью результат выполнения генетического алгоритма, используемый в решении данной задачи.

```
Генетический алгоритм оптимизации кратчайшего пути\n
optim_ga: итерация 1 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950173 / 24.088216\n
optim_ga: итерация 2 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950173 / 23.962819\n
optim_ga: итерация 3 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950169 / 23.951833\n
optim_ga: итерация 4 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950296\n
optim_ga: итерация 5 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950190\n
optim_ga: итерация 6 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950170\n
optim_ga: итерация 7 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950167\n
optim_ga: итерация 8 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950167\n
optim_ga: итерация 9 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950167\n
optim_ga: итерация 10 / 10\n
    найденное мин. / макс. значение = 23.950167 / 23.950167\n\n
Расстояние проекции от пункта А до места, где надо построить мост, чтобы путь S был кратчайшим\n\n
    4.6487562\n\n
Вычисление пути без использования генетического алгоритма с найденным X\n\n
    24.169325
```

Рисунок 11 – результат генетического алгоритма в программе SciLab и ответ найденного x и самого пути

Просматривая на рисунке 11 результаты работы генетического алгоритма можно сделать вывод, что после 4 итерации минимальное значение больше не изменялось, следовательно, минимум функции

$y = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (d - x)^2}$ равен приблизительно 23.9, что и является кратчайшим путем пунктов А и В, проходящим через мост. На рисунке 11 также можно заметить, что есть ответ 4.6, который является расстоянием проекции от пункта А до места, где надо построить мост и ответ 24.1, являющийся путем пунктов А и В без использования генетического алгоритма. Теперь вычислим погрешность найденного пути с использованием генетического алгоритма и без него: $24.1 - 23.9 = 0.2$, погрешность приблизительно равна 0.2. Напоследок на схеме самой задачи отметим полученные результаты:

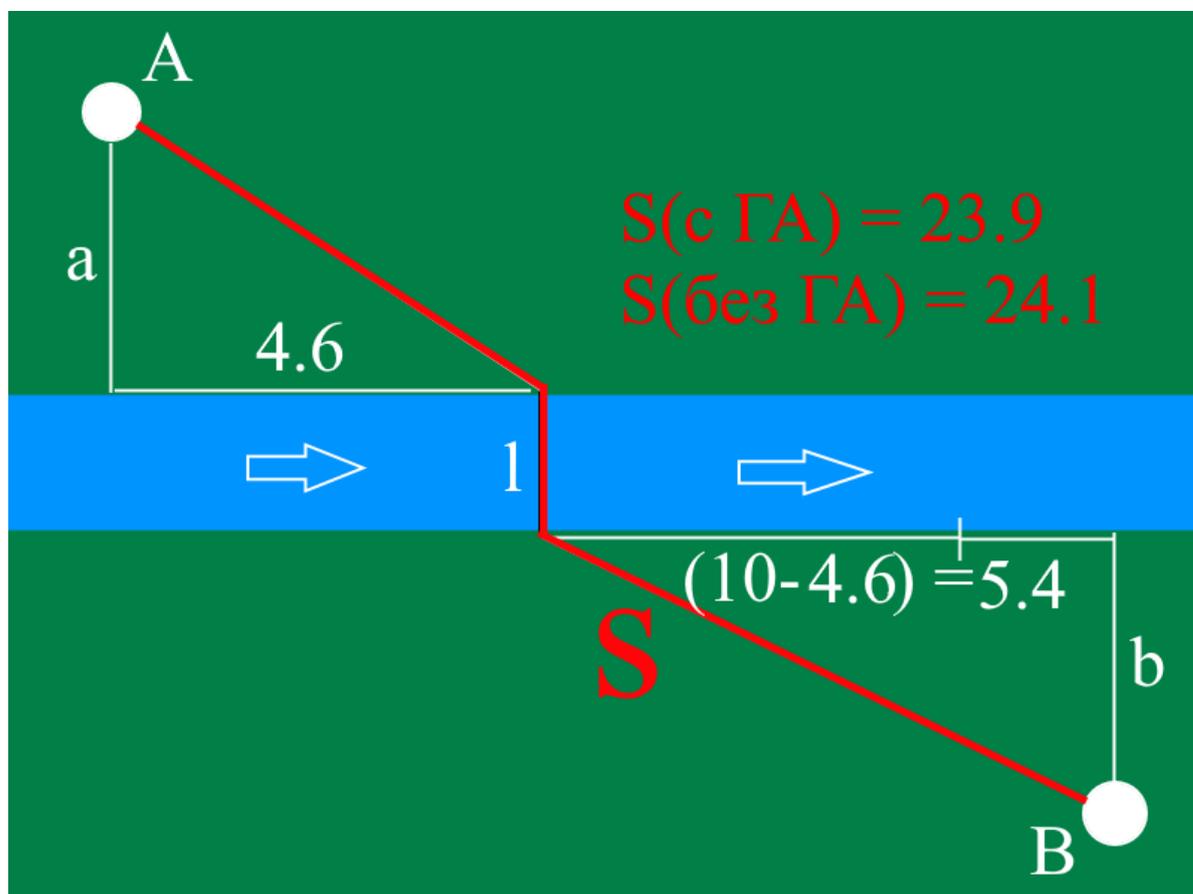


Рисунок 12 – Схема представления задачи про «Мост» с добавленными результатами

Решение самой задачи вручную без генетического алгоритма [11] представлено на рисунке ниже:

Решение.

1) Постоянные величины: a, b, c, d ; переменная величина: x – расстояние между проекцией пункта А и мостом, расположенным ниже по течению реки.

2) $0 < x < d$.

3) Тогда путь из А в В можно выразить как функцию $S(x)$

$$= \sqrt{a^2 + x^2} + l + \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

4) Исследуем полученную функцию с помощью производной.

$$S'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{x-d}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}},$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{x-d}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = 0;$$

$$x \cdot \sqrt{b^2 + (d-x)^2} + (x-d) \sqrt{x^2 + a^2} = 0;$$

$$x^2 \cdot (b^2 + (d-x)^2) = (x-d)^2 \cdot (x^2 + a^2);$$

$$x^2 b^2 + x^2 (d-x)^2 = x^2 (d-x)^2 + a^2 (d-x)^2;$$

$$x^2 b^2 - a^2 (d-x)^2 = 0;$$

$$x^2 (b^2 - a^2) + 2a^2 dx - a^2 d^2 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-a^2 d + abd}{b^2 - a^2};$$

$$x_1 = \frac{-ad(a-b)}{(b-a)(a+b)} = \frac{ad}{a+b} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-ad(a+b)}{(b-a)(a+b)} = \frac{-ad}{b-a} = \frac{ad}{a-b}$$

По условию задачи $b < a$, значит $b^2 - a^2 < 0$. Следовательно, $x_{\min} = ad / (a + b)$.

$$5) S_{\min} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{ab}{a+b}\right)^2} + l + \sqrt{b^2 + \left(d - \frac{ab}{a+b}\right)^2}. \quad \text{При } a = 12,8; b = 7,3; l = 1,5; d = 10,0$$

$S_{\min} = 24,18$. 6) В итоге получается, что для того чтобы путь из А в В был наименьшим, то мост необходимо построить на расстоянии = 4,6 от проекции пункта А.

Рисунок 13 – Схема представления задачи про «Мост» с добавленными результатами

Как видим на рисунке 13 при использовании ручного решения данной задачи, ответы практически совпадают с результатами вычисленных функций в программе SciLab без использования генетического алгоритма – $S_{\min} = 24,18$, $x = 4,6$, а с генетическим алгоритмом результат выдается с погрешностью в 0.2.

Таким образом, в статье было рассмотрено решение задачи, в которой требовалось найти минимум функции с помощью генетического алгоритма в программной среде SciLab, а также и без него, чтобы вычислить погрешность полученных результатов. Генетические алгоритмы важны в решении множества оптимизационных задач, без которых оптимального решения невозможно было бы составить, кроме как использования других методов оптимизации для решения подобного рода задач.

Библиографический список

1. Ефимов С.Н. Автоматизация выбора операторов в генетическом алгоритме // в сборнике: Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации материалы IX-ой Международной научно-практической конференции. Ответственный редактор: Горохов А.А.. 2012. С. 58-63.
2. Давиденко В.Н. Применение операции мутации в генетических алгоритмах канальной трассировки // Известия ЮФУ. Технические науки. 1997. № 2 (5). С. 117-118.
3. Слепцов Н.В. Проблема выбора способа представления в генетических алгоритмах // Труды международного симпозиума Надежность и качество. 2006. Т. 1. С. 178-179.
4. Владимиров М.А. Критерии полноты тестового покрытия в генетических алгоритмах генерации тестов // Труды Института системного программирования РАН. 2006. Т. 9. С. 57-66.
5. Волкова С.С., Семенкин Е.С. Исследование эффективности адаптивной мутации в генетических алгоритмах // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2012. Т. 1. № 8. С. 291-293.
6. Степанов К.А. Анализ эффективности методов скрещивания в генетических алгоритмах // В сборнике: Природные и интеллектуальные ресурсы Сибири. Сибресурс 2016 сборник материалов XVI международной научно-практической конференции. 2016. С. 122.
7. Карташов Д.А., Герасименко Н.Н., Медетов Н.А., Турьянский А.Г., Цехош В.И. Эффективность генетического алгоритма при анализе данных рентгеновской рефлектометрии // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2010. № 3 (83). С. 74-78.
8. de Oliveira L. L., Freitas A. A., Tinós R. Multi-objective genetic algorithms in the study of the genetic code's adaptability // Information Sciences. 2018. Т. 425, С. 48-61
9. Dao S. D., Abhary K., Marian R. A bibliometric analysis of Genetic Algorithms throughout the history // Computers & Industrial Engineering. 2017. Т. 110. С. 395-403
10. Patle B.K., Parhi D.R.K., Jagadeesh A., Kashyap S. K. Matrix-Binary Codes based Genetic Algorithm for path planning of mobile robot // Computers & Electrical Engineering, In press, corrected proof, Available online 11 December 2017.
11. Экстремальные задачи в повседневной жизни человека. URL: <http://www.csni.ru/unior/2014/04/15/013.php> (дата обращения 28.12.2017)
12. Optim_ga – A flexible genetic algorithm. URL: https://help.scilab.org/doc/5.3.3/en_US/optim_ga.html (дата обращения 28.12.2017)