УДК 378

Дозирование учебного материала по математическому анализу для подготовки бакалавра педагогического образования

Синчуков Александр Валерьевич
Российский экономический университет им. Г.В.Плеханова
Кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики

Аннотация
В центре внимания данной статьи – методическая проблема дозирования учебного материала по математическому анализу для подготовки бакалавра педагогического образования. Представленные фрагменты научно-познавательной деятельности студента по учебной теме «Введение в математический анализ» позволяет по-новому организовать процесса усвоения программного материала, акцентировать внимание на решение типовых задач учебной дисциплины «Математический анализ», играющей важную роль в математической подготовке бакалавра педагогического образования.

Ключевые слова: математический анализ, теория пределов, дозирование, математическая подготовка, дидактический модуль.

Dosing of the educational material on mathematical analysis for the preparation of the bachelor of teacher education

Sinchukov Alexander Valerievich
Plekhanov Russian University of Economics
Associate Professor of the Department of Higher mathematics

Abstract
The focus of this article is the methodological problem of dosing educational material on mathematical analysis for the preparation of a bachelor of teacher education. The presented fragments of the student's scientific and cognitive activity on the academic theme «Introduction to mathematical analysis» allows to organize the process of assimilation of program material in a new way, to focus on the solution of typical problems of the academic discipline «Mathematical Analysis», which plays an important role in the mathematical preparation of the bachelor of teacher education.
Keywords: mathematical analysis, theory of limits, dosing, mathematical preparation, didactic module.

Совершенствование организации и содержания самостоятельной работы студентов экономического бакалавриата по математическому анализу является одной из востребованных и актуальных методических проблем модернизации математической подготовки будущего бакалавра экономики. Ранее в работах [9, 11] обоснована связь прикладной математической подготовки будущего бакалавра *с развитием модельных и вероятностных представлений*, необходимых для повышения конкурентоспособности выпускников. Элементы знаний по математическому анализу, которые приобретаются студентами бакалавриата в рамках аудиторных занятий, а также в процессе выполнения домашних заданий, должны быть достаточны для формирования целостной картины о методах и моделях математического анализа, используемых для исследования социально-экономических проблем и ситуаций.

Представленный в рамках данной статьи фрагмент дозирования учебно-познавательной деятельности студента экономического бакалавриата по теме «Введение в математический анализ» может быть использован не только с целью контроля, но и для обучения и коррекционной деятельности благодаря организации работы студентов с этими учебными материалами. Разрабатываемое на кафедре высшей математики Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова новое методико-технологическое обеспечение для поддержки самостоятельной работы студентов экономического бакалавриата позволяет по-новому дозировать учебный материал с учетом индивидуальных учебных потребностей студентов, а также специфики форм организации обучения.

Модернизация системы математического образования в России привело к возникновению необходимости внедрения и совершенствования новых механизмов, позволяющих проводить адекватную и своевременную оценку уровня достижений по математическим дисциплинам студентов бакалаврита в рамках всех этапов обучения в университете в дидактических условиях, проектируемых для успешной реализации *обобщения математических знаний, проявления синергетического аспекта* [12] математического образования в педагогическом университете.

При реализации системы прикладной математической подготовки будущего бакалавра педагогического образования в педагогическом университете научно-обоснованная организация самостоятельной работы студентов бакалавриата играет принципиально важную роль. Отметим, что самостоятельная работа студента выступает как объект педагогического проектирования [8]. Грамотно организованная самостоятельная учебная работа позволяет студенту бакалавриата из пассивного потребителя знаний в рамках учебного процесса становиться активным созидателем, владеющим навыком формулировки проблем, сравнительного анализа возможных путей их решения, поиска оптимального результата, а также реализации многоуровневой связи теории и практики, интеграции математической и методической подготовки будущего бакалавра педагогического образования.

Дидактический модуль 1: «Предел последовательности».

Типовая задача 1.1. Пользуясь определением предела последовательности, доказать равенство (указать номер N):

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5n-7}{n}=5$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n^3+1}=0$.

Типовая задача 1.2. Вычислить пределы последовательностей:

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n^2-3n+5}{n^2-7}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{8n^3-7n+1}{-2n^3+n^2-7}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^2-3}{n+1}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-10n^2-n}{n^3+5n^2-4n-7}$;

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2+1}{n+1}-2n\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2-3n+4}{2n^2-1}-\frac{n-3}{3n+5}\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^7+5}-\sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7+5}+\sqrt{n-5}}$;

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}2n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1+2+3+...+n}{\sqrt{9n^2+1}}$;

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+...+\frac{n-1}{n^2}\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\frac{1}{3n}\right)^n$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{4}{n}\right)^{n+3}$;

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n^2+3n+12}\right)^{n^2+1}$.

Типовая задача 1.3. Найдите значение параметра a, если:

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+4}{n+3}\right)^{an}=e^3$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+a+1}{n+1}\right)^{2n+2}=e^2$.

Дидактический модуль 2: «Предел функции».

Типовая задача 2.1. Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что выполняется равенство:

$\lim\limits_{x\to1}(2x+3)=5$; $\lim\limits_{x\to3}\frac{3x+1}{x-1}=5$.

Типовая задача 2.2. Вычислить пределы:

$\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2-1}{x^2-6x+5}$; $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{x^2-6x+5}$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-1}{x^2-6x+5}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x^2+4x}$;

$\lim\limits_{x\to5}\frac{x^2-x-20}{x^2-25}$; $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-x-2}$; $\lim\limits_{x\to-2}\frac{(x+2)^3}{x^3+8}$; $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^3-3x-2}{x^3-8}$;

$\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^3+3x^2+2}{x^3+1}$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$; $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{2x^2-1}-\frac{x^2}{2x+1}\right)$;

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^3}{x^2+1}-3x\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\left(\sqrt{x^2+16}-x\right)\cdot x\right)$.

Типовая задача 2.3. Найдите значение параметра a, если:

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2+5x-1}{(3x+1)(x-5)}=2$; $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}=2$.

Дидактический модуль 3: «Первый замечательный предел и следствия из него».

Типовая задача 3.1. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{6x}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{15x}{tg5x}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg7x}{\sin 14x}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}$.

Типовая задача 3.2. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos 6x}{\sin^2 4x}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg^2 3x\sin 5x}{(1-\cos 4x)\,tg2x}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{tgx^2\ \sin^2 5x}{x^3\sin 4x}$; $\lim\limits_{x\to0}\frac{(1-\cos 3x)^3}{x^2\sin x^4}$.

Типовая задача 3.3. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sqrt{x+4}-2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(ctg\,3x\cdot\left(\sqrt{x+9}-3\right)\right)$.

Типовая задача 3.4. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{tg(x-1)}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{4x^2-1}{\sin(1-2x)}$.

Дидактический модуль 4: «Пределы, связанные с числом е. Эквивалентность бесконечно малых величин».

Типовая задача 4.1. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{tg\,\dfrac{x}{2}}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-2^{3x}}{\sin\left(\pi\left(\dfrac{x}{2}+1\right)\right)}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos\left(x+\dfrac{5\pi}{2}\right)\cdot tgx}{\left(\left(\dfrac{1}{7}\right)^{5x}-1\right)^2}$;

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^x-e}{tg(x-1)}$; $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2^x-2^4}{\sin\pi x}$; $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\pi^\pi-\pi^x}{\sin 5x-\sin 3x}$; $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\sin 7x-\sin 3x}{e^{x^2}-e^{4\pi^2}}$.

Типовая задача 4.2. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4x)}{2x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\ln(1-3x)}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log_2(1-x^2)}{\cos x-1}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-\sin 3x)}{3^{tgx}-1}$;

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\pi x}{\lg(1+\sin\pi x)}$; $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln(1-\cos x)}{x}$.

Типовая задача 4.3. Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+5x+2}{2x^2-3x-1}\right)^x$; $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7}\right)^x$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+2x^3\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}$; $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+tg^2\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2x}}$;

$\lim\limits_{x\to 1}(1+\sin\pi x)^{ctg\pi x}$.

Дидактический модуль 5: «Односторонние пределы. Непрерывность. Точки разрыва».

Типовая задача 5.1. Исследуйте функцию на непрерывность и устраните характер точек разрыва:

$y=\dfrac{1}{x+4}$; $y=\dfrac{1}{x^2-9}$; $y=\dfrac{x^2-9}{x+3}$; $y=\dfrac{x\cdot|x-1|}{x-1}$; $y=\dfrac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$;

$$y=\begin{cases}x, \text{ если } x\le 0,\\ 1-x, \text{ если } 0<x\le 1,\\ \dfrac{1}{1-x}, \text{ если } x>1;\end{cases};\quad y=\begin{cases}x^2, \text{ если } x<0,\\ 1, \text{ если } x=0,\\ tgx+1, \text{ если } x>0.\end{cases}$$

Типовая задача 5.2. Дана функция $y=\begin{cases}x+2, \text{ если } x\le 1,\\ 5-bx^2, \text{ если } x>1.\end{cases}$

При каком значении параметра b данная функция будет непрерывна на всей числовой прямой?

Математическая подготовка бакалавра педагогического образования требует повышенного внимания в условиях сокращения аудиторных часов на математические дисциплины, а также внедрения новых информационных технологий, позволяющих по-новому организовывать дозирование учебного материала по математике. Отметим, что математический анализ (модуль 1: «Введение в математический анализ», модуль 2: «*Дифференциальное исчисление*», модуль 3: «*Интегральное исчисление*», модуль 4: «*Теория рядов*», модуль 5: «*Теория дифференциальных уравнений*») играет важную роль для подготовки бакалавра педагогического образования, так как его приложения связаны с построением и исследование большого числа естественнонаучных моделей. *Модульный подход к подготовке учителя математики и информатики*, рассмотренный в статье [3] на примере учебной дисциплины «Уравнения математической физики», может быть распространены на другие разделы математического анализа.

С целью реализации компетентностного подхода в подготовке будущего учителя информатики и математики [1, 2] были уточнены методические особенности преподавания различных разделов математического анализа *в условиях интеграции информационных и педагогических технологий* [7, 10], а также разработано многоуровневое содержание обучения, внедрённое на математическом факультете Московского педагогического государственного университета. Некоторые аспекты мотивации абитуриентов при изучении элементов математического анализа в рамках школьного курса математики рассмотрены в статье [5]. Отметим, что математический анализа позволяет формировать условия для интеграции обучения математике и экономическим дисциплинам, представленные в статье [6].

Мы придерживаемся точки зрения о востребованности методов и моделей компетентно-контекстного обучения при организации лабораторного практикума по математическим дисциплинам, представленных в работе [15], распространяемых на систему математической подготовки бакалавров педагогического образования. Учет исследовательских и прикладных *возможностей педагогического проектирования и моделирования* инновационных процессов в образовании [14] позволяет создавать индивидуальные образовательные траектории развития предметных и ключевых компетентностей бакалавров педагогического образования, по следующим системообразующим направлениям: «*Последовательность*», «*Функция*», «*Предел*», «*Производная*», «*Интеграл*», «*Экстремум*», «*Ряд*», «*Дифференциальное уравнение*», поддерживающие межпредметную интеграцию при обучении высшей математике [13].

Рассматривая перспективы внедрения новых информационных технологий в систему математической подготовки будущих бакалавров, следует акцентировать *внимание на паритете когнитивных и информационных технологий* [20]. Отметим, что передовые достижения в области информатизации методической системы обучения математического анализу, например, созданный тренажер по дифференциальным уравнениям на основе Wolfram CDF Player [4] обладают высокими дидактическими характеристиками, позволяющими утверждать о принципиальной эффективности Wolfram-технологий в преподавании математического анализа в педагогическом университете. Прикладные аспекты, связанные с преподаванием математического анализа, раскрыты в учебном пособии [19], особое место в котором занимают различные модели социально-экономических ситуаций, исследование которых требует применение методов математического анализа. Среди задач математического анализа особое место занимают задачи с параметрами [16], одна из которых представлена в данной статье (типовая задача 5.2.). Задачи с параметрами требуют повышенного внимания как со стороны студента, так и со стороны преподавателя. Методические аспекты проектировочной деятельности преподавателя высшей математики раскрыты в статьях [17, 18]. Данный вид деятельности требует практической реализации модели интеграции информационных и педагогических технологий, высокого уровня методической и технологической культуры преподавателя.

Перечисленные методические, содержательные и организационные особенности постановки методической проблемы дозирования учебного материала по математическому анализу для подготовки бакалавра педагогического образования. Представленные фрагменты научно-познавательной деятельности студента по учебной теме «Введение в математический анализ» позволяет организовать поэтапный процесс усвоения программного материала по математическому анализу, акцентировать внимание на развитие навыков решения типовых задач учебной дисциплины «Математический анализ», играющей важную роль в математической подготовке бакалавра педагогического образования.

Библиографический список

1. Асланов Р. М. О., Синчуков А. В. Компетентностный подход в подготовке будущего учителя информатики и математики // Преподаватель XXI век. 2008. № 2. С. 11-16.
2. Асланов Р. М. О., Синчуков А. В. Компетентностный подход в подготовке учителя математики // Ярославский педагогический вестник. 2010. Т. 2. № 1. С. 132-134.
3. Асланов Р. М., Матросов В. Л., Синчуков А. В., Матросов С. В. Модульный подход в подготовке учителя математики и информатики (на примере курса «Уравнения математической физики») // Наука и школа. 2009. № 2. С. 14-17.
4. Асланов Р.М., Беляева Е.В., Муханов С.А. Тренажер по дифференциальным уравнениям на основе Wolfram CDF Player // Сибирский педагогический журнал. 2015. № 4. С. 26-30.
5. Быканова О. А., Филиппова Н. В. Летняя образовательная программа для мотивированных абитуриентов: шаг в будущее // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2017. Т. 6. № 3 (20). С. 48-50.
6. Быканова О.А., Филиппова Н.В. О подходе интеграции обучения математике и экономическим дисциплинам по летним школьным

программам // Инновации и инвестиции. 2015. № 5. С. 159-162.
7. Власов Д. А. Интеграция информационных и педагогических технологий в системе прикладной математической подготовки будущего специалиста // Сибирский педагогический журнал. 2009. № 2. С. 109-117.
8. Власов Д. А. Компетентностный подход к проектированию педагогических объектов // Вестник Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Московский государственный агроинженерный университет им. В.П. Горячкина. 2008. № 6-2. С. 124-127.
9. Власов Д.А. Концепция прикладной математической подготовки будущего учителя информатики // Информатика и образование. 2009. № 8. С. 123-124.
10. Власов Д. А., Синчуков А. В. Интеграция информационных и педагогических технологий в системе математической подготовки бакалавра экономики: опыт российского экономического университета имени Г. В. Плеханова / В сборнике: Международный конгресс по информатике: информационные системы и технологии материалы международного научного конгресса. С. В. Абламейко (гл. редактор). – 2016. – С. 243-247.
11. Власов Д. А., Цулина И. В. Методико-стохастическая линия в содержании профессиональной подготовки будущего учителя математики // Вестник Пятигорского государственного лингвистического университета. 2009. № 2. С. 388-391.
12. Дьякова Е. А. Проблема обобщения знаний: синергетический аспект // Наука и школа. 2003. № 1. С. 28.
13. Калинина Е. С. Межпредметная интеграция при обучении высшей математике в вузах МЧС России / В сборнике: Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты Сборник материалов XXXII Международной научно-практической конференции. Под общей редакцией С.С. Чернова. 2017. С. 18-23.
14. Калинина Е. С. Педагогическое проектирование и моделирование инновационных процессов в образовании / В сборнике: Управление инновациями: теория, методология, практика сборник материалов XX Международной научно-практической конференции. 2017. С. 99-105.
15. Калинина Е. С. Реализация компетентно-контекстного обучения при организации лабораторного практикума по математическим дисциплинам / В сборнике: Приоритетные научные направления: от теории к практике сборник материалов XXXV Международной научно-практической конференции. 2017. С. 23-28.
16. Качалова Г.А., Власов Д.А. Проблемы подготовки будущего учителя математики к реализации содержательно-методической линии «Задачи с параметрами» // Российский научный журнал. 2011. № 21. С. 86-91.
17. Муханов С. А., Муханова А. А. Проектирование образовательного процесса по математике в контексте всемирной инициативы CDIO // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2015. № 1 (17). С.

52-57.
18. Муханов С.А., Муханова А.А. Технология проектирования дистанционного курса «Дифференциальные уравнения» с использованием LMS Moodle // Наука и школа. 2014. № 2. С. 28-32.
19. Татарников О. В., Сагитов Р. В., Чуйко А. С., Швед Е. В., Шершнев В. Г. Математика для экономистов: учебник для академического бакалавриата / под общ. ред. О. В. Татарникова. М.: Издательство Юрайт, 2015. 593 с.
20. Татарников О. В., Чуйко А. С. Паритет когнитивных и информационных технологий в математическом образовании экономистов // Вестник Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова. 2016. № 1 (85). С. 10-16.