

Развитие логического мышления у учащихся с помощью решения задач с параметрами

Голубь Илья Сергеевич

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

Студент

Научный руководитель:

Кириллова Дина Александровна

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

к.ф.-м.н., доцент кафедры информационных систем, математики и правовой информатики

Аннотация

Развитие логического мышления у школьников старшей школы, это одно из важных направлений обучения математике. В данной статье разобрано как решения задач с параметром развивают логическое мышление

Ключевые слова: параметр, решение задач, логика.

Development of logical thinking in students with the help of solutions of problems with parameters

Golub Ilya Sergeevich

Sholom-Aleichem Priamursky State University

Student

Scientific Supervisor:

Kirillova Dina Alexandrovna

Sholom-Aleichem Priamursky State University

k.f.m.n., associate professor, Department of Information Systems, mathematics and legal informatics

Abstract

The development of logical thinking among high school students is one of the important directions of mathematics training. This article describes how to solve problems with a parameter develop logical thinking

Keywords: parameter, problem solving, logic.

Развитие логического мышления у школьников старшей школы, это одно из важных направлений обучения математике. Почти век назад писатель Л.Н. Толстой отмечал, что математика имеет задачей не счисление, но обучение человеческой мысли при счислении [1]. Но программы по математике не раскрывают данную цель полностью. Поэтому каждый

преподаватель раскрывает ее так, как сам видит. Формирование умений учащихся мыслить логически проходит быстрее, если обучение организовано нужным образом. Одним из многих эффективных способов прогресса развития логического мышления учащихся принято считать решение задач с параметрами. Решение многих физических и геометрических примеров часто сводится к решению уравнений с параметрами. Наиболее трудной и важной частью решения таких задач является исследование процесса в зависимости от параметра.

В ходе изучения данного вопроса было изучено несколько статей на схожую тему, в статье Н.А.Максимовой рассмотрен вопрос развития логического мышления средствами информационных технологий[4]. Так же статья С.И. Дяченко, в которой проводится анализ реализации линии задач с параметрами [5].

Развитие логического мышления происходит при решении задач с параметром во время того, как учащийся понимает, что нет стандартного алгоритма действий по решению таких задач. Логический ход мыслей позволяет выбрать нужный алгоритм действий для решения подобных задач. При решении обычных задач включаются эвристические методы для их решения. Но при работе с задачами с параметром эвристические методы задействованы еще больше. Очень часто, на решение одной, отдельно взятой, задачи используется два-три эвристических метода. Используются такие эвристики как:

1. Метод рассмотрения частных случаев
2. Метод суперпозиции.
3. Дедуктивный метод
4. Индуктивный метод и так далее.

Каждая задача с параметром имеет несколько путей решения, чаще всего, один из них является более легким – другой более сложным.

Рассмотрим понятие уравнения с параметром.

Пусть дано уравнение $F(x; a) = 0$. Когда ставится задача найти все пары $(x; a)$, удовлетворяющие данному уравнению, то данная задача рассматривается как уравнение с двумя переменными x и a , данные переменные равноправны[3]. Допустим, что переменные не являются равноправными, тогда если придать переменной a , какое-нибудь значение, то $F(x; a) = 0$ решается относительно неизвестного x . Если мы решаем его относительно x , а под a принимаем произвольное действительное число, то уравнение называют уравнением с параметром.

Что значит решить уравнение с параметром?

1. Найти все значения параметра, при котором уравнение имеет решение.
2. Найти все решения уравнения для каждого допустимого значения параметра a . Из этого следует необходимость указывать области допустимых значений неизвестного и параметра.[2]

Приведем несколько примеров решения таких задач.

$$a^2(x - 5) = 25(x - a)$$

Раскрываем скобки:

$$a^2x - 5a^2 = 25x - 25a.$$

Перенесем все слагаемые с неизвестным влево, а с параметром вправо:

$$a^2x - 25x = 5a^2 - 25a$$

Вынесем общий множитель:

$$(a^2 - 25)x = 5a(a - 5)$$

Найдем точки, при переходе через которые, происходит качественное изменение уравнения. Это точки: $a = 5, a = -5$.

Получается 3 случая:

1. Если $a = -5$ то $x \cdot 0 = 25$, а, следовательно, решений нет.

2. Если $a = 5$ то $x \cdot 0 = 0$, т.е. x может быть любым числом, уравнение имеет бесконечное множество решений.

3. Если $a \neq 5, a \neq -5$, то $x = \frac{5a(a-5)}{(a+5)(a-5)} = \frac{5a}{a+5}$

Ответ:

1. При $a = -5$ нет решений

2. при $a = 5$, x любое, т.е. решений бесконечно много

3. при $a \neq 5, a \neq -5 \Rightarrow x = \frac{5a(a-5)}{(a+5)(a-5)} = \frac{5a}{a+5}$

$$2. \frac{3mx-5}{(m+2)(x^2-9)} = \frac{2m+1}{(m+2)(x-3)} - \frac{5}{x+3}$$

Данное уравнение является дробно-рациональным, поэтому первым делом найдем область допустимых значений:

$$m \neq 2; x \neq 3; x \neq -3$$

Далее, для решения уравнения, нам нужно привести его к нормальному виду:

$$\begin{aligned} 3mx - 5 &= (2m + 1)(x + 3) - 5(m + 2)(x - 3), \\ 3(2m + 3)x &= 21m + 38 \end{aligned}$$

В результате получаем 4 возможных варианта:

1. Если $m \neq -1.5$ и $m \neq -2$ то существует единственный корень $\Rightarrow x = \frac{21+38}{3(2m+3)}$

2. Если $\frac{21+38}{3(2m+3)} = -3$; то $21m + 38 = -3 \cdot 3(2m + 3)$ т.е. $m = -\frac{5}{3}$

3. Если $\frac{21+38}{3(2m+3)} = 3$; то $21m + 38 = 3 \cdot 3(2m + 3)$ т.е. $m = -\frac{11}{3}$

4. Если $m = -1.5$, тогда $0 \cdot x = -6.5 \Rightarrow x \in \emptyset$, а значит, решений нет.

Сформулируем окончательный ответ:

При $\begin{cases} m \neq -1.5 \\ m \neq -1\frac{2}{3} \\ m \neq -3\frac{2}{3} \\ m \neq -2 \end{cases}$ существует единственное решение $x = \frac{21+38}{3(2m+3)}$

При $m = -1.5, x \in \emptyset$

При $m = -2$ уравнение теряет смысл

При $m = -1\frac{2}{3}, x \in \mathbf{R}$

При $m = -3\frac{2}{3}, x \in \mathbf{R}$

При решении задач и уравнений с параметрами, развиваются такие качества как умение осуществлять анализ, умение исследовать, гибкость мышления, внимательность.

Библиографический список

1. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе. Ростов–на–Дону: Феникс, 2005. 248 с.
2. Шахмейстер А. Уравнения и неравенства с параметрами. СПб.: МЦНМО, 2014. 304 с.
3. Максимова Н.А. Развитие логического мышления учащихся с использованием информационных технологий. URL: <https://www.science-education.ru/pdf/2014/5/198.pdf>
4. Дяченко С.И. Линия задач с параметрами в школьном курсе математики // Вестник ТГПИ. Физико-математические и естественные науки. 2010. С. 261.
5. Щетнева В.А. Исследование темы «Линейные уравнения с параметром» в школьном курсе математики // Постулат. 2017. №11. С.21. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/897> (дата обращения: 02.03.2018).