

Двухпараметрический вывод формулы для прогиба консольной фермы*Рахматулина Анна Ринатовна**НИУ «МЭИ»**Студент**Смирнова Анастасия Алексеевна**НИУ «МЭИ»**Студент***Аннотация**

Плоская статически определимая ферма с треугольной решеткой имеет консольную часть. Ферма загружена по всему верхнему поясу равномерной вертикальной нагрузкой. Зависимость прогиба консоли фермы от числа панелей в пролете и на консоли выводится методом индукции с применением операторов системы компьютерной математики Maple. Для вычисления прогиба используется формула Максвелла - Мора.

Ключевые слова: ферма, консоль, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция по двум параметрам, Maple

Two-parameter derivation of the formula for deflection of the console truss*Rakhmatulina Anna Rinatovna**NRU «MPEI», Moscow**Student**Smirnova Anastasia Alekseevna**NRU «MPEI», Moscow**Student***Abstract**

A planar statically determinate triangular trussed lattice has a cantilever part. The truss is loaded over the entire upper belt with a uniform vertical load. The dependence of the deflection of the truss console on the number of panels in the span and in the console is derived by induction using the operators of the computer mathematic system Maple. To calculate the deflection, the Maxwell-Mohr formula is used.

Keywords: truss, console, Maxwell's formula - Mohr, deflection, induction on two parameters, Maple

Numerical methods for calculating truss are not unique. With the development of computer mathematics (Maple, Mathematica, Maxima, Reduce, etc.), it became possible to find formulas for calculating an entire class of

constructions. In [1-4] by induction, proposed by Professor MN Kirsanov [5,6], formulas were obtained for the dependence of the deflection on the number of panels, the load, and the size of the truss. In [7-10], the same problem solved the problem of arches, in [11-22] solved the problem of lattice trusses. More complex problems on deformations of spatial constructions are solved in [23-30].

In the truss with n panels in the span and m in consol, the number of rods with supports - $n_s = 4(n + m) + 2$ (Fig. 1). For the solution we use the system of computer mathematics Maple [31]. We number the rods and knots (Figure 2). We select the origin of coordinates in the left support and determine the coordinates of the nodes (hinges).

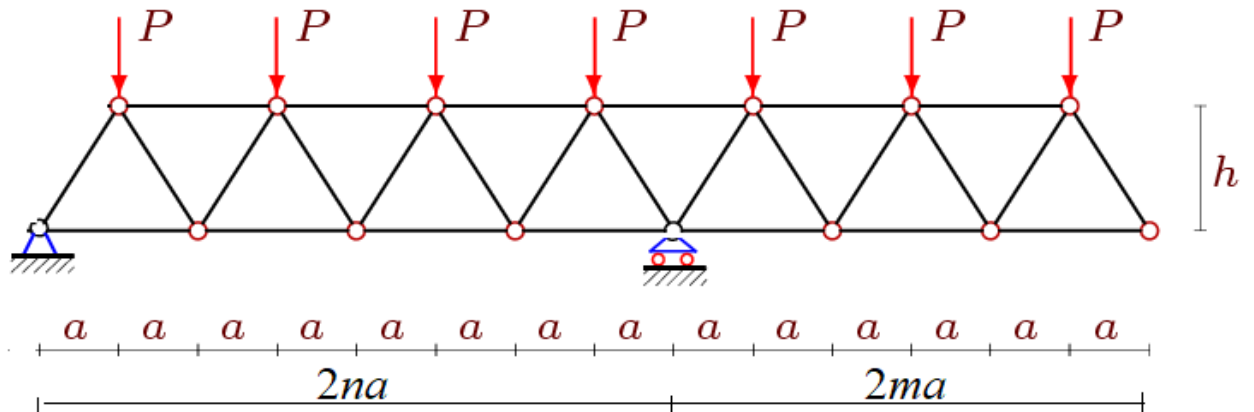


Figure 1 — The truss at $n = 4, m=3$. Load on the top belt

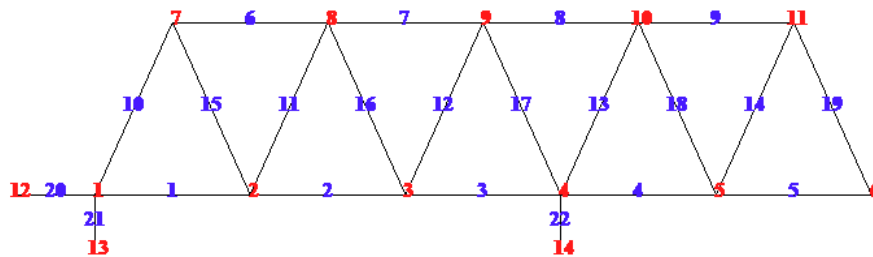


Figure 2 — Numbering of nodes and rods for $n = 3, m=2$.

Here is a fragment of the coordinate input program

```
> for i to n+m+1 do x[i]:=2*a*(i-1):y[i]:=0: od:
> for i to n+m do x[i+m+n+1]:=2*a*(i-1)+a:y[i+m+n+1]:=h:
od:
```

The structure of the connections of rods and knots is given by vectors containing the node numbers at the ends of the corresponding rods. The rods of the lower belt are given by vectors:

```
> for i to n+m do N[i]:=[i,i+1]; od:
The upper belt elements are also coded in a cycle
> for i to n+m-1 do
> N[i+n+m]:=[i+n+m+1,i+n+m+2];
> od:
```

The rods of the grid and the support are set in a similar way.

The matrix G of the equilibrium equations for the nodes consists of the direction cosines of the forces, which are calculated from the coordinates of the nodes at the ends of the rod

```

> for i to ns do
>   Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
>   Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
>   L[i]:=subs(h^2+a^2=c^2,sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2));
> for j to 2 do
>   p:=2*N[i][2]-2+j:
>   if p<=ns then G[p,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
>   p:=2*N[i][1]-2+j:
>   if p<= ns then G[p,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi;
> od;
> od:

```

Here p is an auxiliary parameter, L_{xy} is the projection of the conditional vectors of the rods, $L[i]$ is the length of the rods, ns is the number of rods (the size of the matrix G). Conditional operators are introduced to ensure that the indices do not go beyond the matrix. The external load is added to the right side of the system of equilibrium equations. For the considered load on the upper belt, we have the following notation

```

> for i from n+m+2 to 2*n+2*m+1 do B[2*i]:=1: od:

```

The solution of the system is the inverse matrix method

```

> G1:=1/G: S:=G1.B:

```

Here S is the vector of all the forces in the rods. The deflection at the end of the console is determined by the Maxwell-Mora formula:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

It is indicated: $S_i^{(P)}$ — the forces in the rods from the given load, l_i — the length of the rods, $S_i^{(1)}$ — the forces from the unit force applied to the knot of the lower belt in the middle of the span, EF — the rigidity of the rods. The solution for trusses with an arbitrary number of panels has the form

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3) / (3h^2 EF). \quad (1)$$

Here $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. The calculation of a series of trusses reveals sequences of coefficients for a^3 and c^3 . Operators of the Maple system `rgf_findrecur` and `rsolve` from the solution of recurrence equations and give the following patterns for $m=1$:

$$c_1 = -2n^4 + 7n^2 + 6n + 1, \quad c_2 = 3(n+1), \quad (2)$$

For case $m=2$ we have:

$$c_1 = -2(2n^4 - 31n^2 - 48n - 4), \quad c_2 = 12(n + 2). \quad (3)$$

For case $m=3$ we have:

$$c_1 = -6n^4 + 213n^2 + 486n + 27, \quad c_2 = 27(n + 3). \quad (4)$$

In the general case, by induction on the parameter m , we obtain

$$c_1 = m(m+n)(6m^2n + 2n^2m + m - 2n^3 - n), \quad c_2 = 3m^2(n + m). \quad (5)$$

Figure 3 shows the curves of the obtained dependence at $L = a(m + n)$, $P_0 = P(n + m)$, $\Delta' = \Delta EF / (P_0 L)$, $L = 100m$, $h = 5m$. Positive values of the deflection of the console are lowered) correspond to small values of the number of panels between the supports.

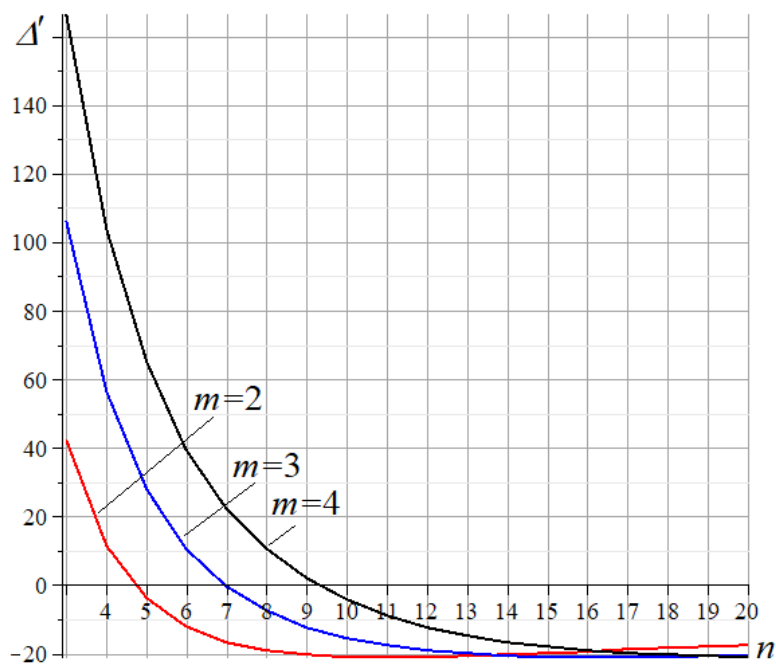


Figure 3 — Dependence of the relative deflection on the number of panels

A similar, simpler solution is obtained in the concentrated load problem (Fig. 4).

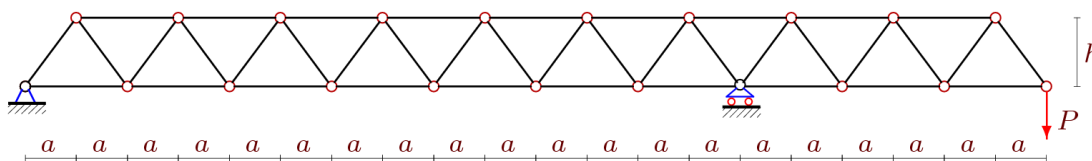


Figure 4 — The truss at $n = 7$, $m=3$. Load on the end

The coefficients in (1) have the form

$$c_1 = 2m(n+m)(8mn+1), c_2 = 6m(n+m).$$

Surveys of some papers using the induction method in combination with the capabilities of the Maple system for planar trusses are given in [32, 33].

References

1. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The formula for the deflection of a truss loaded at half-span by a uniform load // Постулат. 2018. №. 3. С.2
2. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels // Science Almanac. 2017. No. 2-3(28). С. 268-271.
3. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels. Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92-99.
4. Smirnova A.A., Rakhmatulina A.R Analytical calculation of the displacement of the truss support// Science Almanac. 2017. No. 2-3(28). С. 275-278.
5. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6. С. 28-34.
6. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 38-42.
7. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
8. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018. 14(1). Pp.64-70
9. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте, моделируемом фермой // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560-569.
10. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа// Строительная механика и конструкции. 2018. No. 1. С.12-33.
11. Доманов Е.В. Вывод формулы для прогиба балочной фермы с крестообразной решеткой // Строительная механика и конструкции. 2017. №2 (15). С. 15-19.
12. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. No.3. С. 23–27.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3. С. 26-29
14. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. №4. С. 20-23

15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба двухпролетной плоской фермы // Механизация строительства. 2017. № 5. С. 35-38
16. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12, №8 (107). С. 869–875.
17. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type // Architecture and Engineering. 2016. Т. 1. № 3. С. 14-17.
18. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решётчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1, № 14. С. 27–30.
19. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. №5. С. 11-13.
20. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
21. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. № 7. С. 15-18.
22. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
23. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice // Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.5.
24. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
25. Кирсанов М.Н. Прогиб пространственного покрытия с периодической структурой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 8(76). С. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6
26. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37-43.
27. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165–171.
28. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5. С. 11-15.
29. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
30. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5–8.
31. Кирсанов М.Н. Задачи по теоретической механике с решениями в Maple 11. - М.: Физматлит, 2010. 264 с.

-
- 32.Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12.
- 33.Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.