

Расчет прогиба балочной внешне статически неопределимой фермы*Арутюнян Виктория Борисовна**НИУ «МЭИ»**студент***Аннотация**

Плоская ферма с ромбической решеткой имеет две неподвижные опоры и относится к классу распорных конструкций. Ставится задача вывода зависимости прогиба от числа панелей. Рассмотрено три типа нагрузок. Усилия в стержнях фермы и реакции опор находятся с помощью метода вырезания узлов. Для вычисления перемещения применяется интеграл Мора. Методом индукции ряд решений для ферм с различным числом панелей обобщается на произвольное число панелей. Вычисления усилий и аналитические преобразования выполнены в системе компьютерной математики Maple.

Ключевые слова: ферма, интеграл Мора, прогиб, индукция, Maple

Calculation of the deflection of a statically indeterminate beam truss*Arutyunyan Victoria Borisovna**NRU «MPEI»**Student***Abstract**

Flat truss with rhombic lattice has two fixed supports and belongs to the class of spacer structures. The problem is to derive the dependence of the deflection on the number of panels. Three types of loads are considered. The forces in the truss rods and the reactions of the supports are found by the method of cutting the knots. To calculate displacement applied integral Mohr. To generalize the solution to an arbitrary number of panels used the induction method. A number of solutions for trusses with different number of panels is generalized to an arbitrary number of panels. Computing forces in the rods and the analytical conversion are made in the system of computer mathematics Maple.

Keywords: truss, Mohr's integral, deflection, induction, Maple

In [1], the rigidity of the truss (Fig. 1) is calculated for the load on the upper and lower belts. The h — height truss has n panels of length a in the half span of the upper belt. Number of rods $M=4n+4$ including four support rods. The task is to supplement the solution [1] by calculating separately for the load on the lower belt, the upper belt and the load in the middle of the span. To determine the forces in rods, the program [2] is used, which makes it possible to obtain the forces in the rods in symbolic form. For the same program using the induction method,

solutions were previously obtained for the deflection of flat trusses [3-11], lattice [12-21], arched [22-25] and spatial [26-29] ones. The method of induction was also used for the analysis of sliding («scissor») mechanisms [30-33], cable-stayed structures [34, 35] and pile foundations [36].

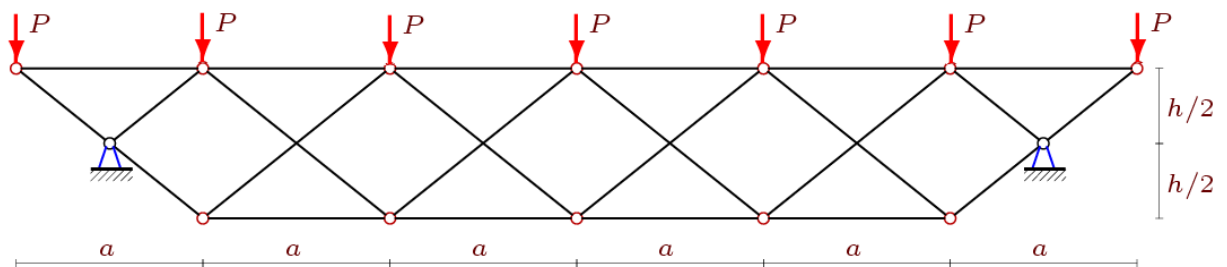


Figure 1 - Truss with load from above, $n = 6$

Input coordinates (origin in the leftmost hinge of the upper belt) has the form (Figure 2):

```
> for i to n+1 do x[i]:=a*i-a: y[i]:=h:od:
> for i to n-1 do x[i+n+2]:=a*i: y[i+n+2]:=0:od:
> x[n+2]:=a/2:x[2*n+2]:=n*a-a/2:#
> y[n+2],y[2*n+2]:=h/2,h/2:#
```

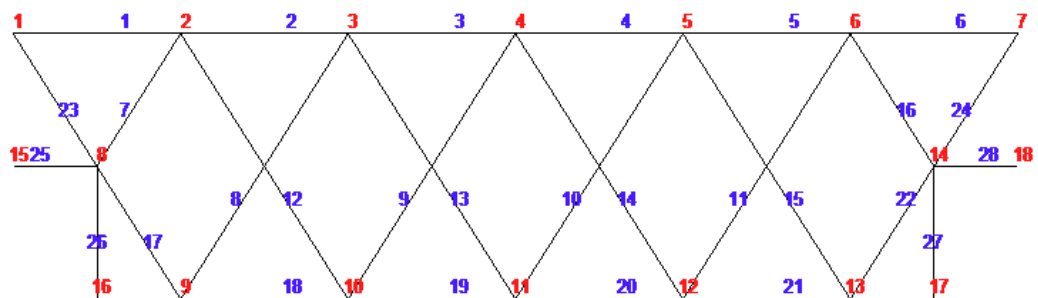


Figure 2 - Number of rods and knots

Here is a fragment of the program in which the matrix G of the equations of node equilibrium is filled.

```
>m:=4*n+4:
>for i to m do
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
> L[i]:=subs(a^2+h^2=c^2,sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2));
> for j to 2 do
> z:=2*N[i][2]-2+j:
> if z<=m then G[z,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> z:=2*N[i][1]-2+j:
> if z<=m then G[z,i]:=Lxy[j]/L[i]:fi;
> od;
>od:
```

Here $\mathbf{Lxy}[1]$ — is the projection of the rod i (with the conventionally chosen direction) onto the x -axis, $\mathbf{Lxy}[2]$ — is the projection onto the y -axis. The substitution operator `subs` is used for a more compact record of the result. To calculate the deflection, use the Mohr integral:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{M-4} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

where $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. Denoted: EF — stiffness of the truss bars, $S_i^{(P)}$ — forces in the rods from the given load, l_i — length of the rods, $S_i^{(1)}$ — forces from the unit force applied to the middle of the lower belt.

It is noted that for an odd number of panels the determinant of the system of equations becomes zero. This indicates the kinematic changeability of the structure. Indeed, the obtained pattern of distributions of possible velocities confirms this (Fig. 3).

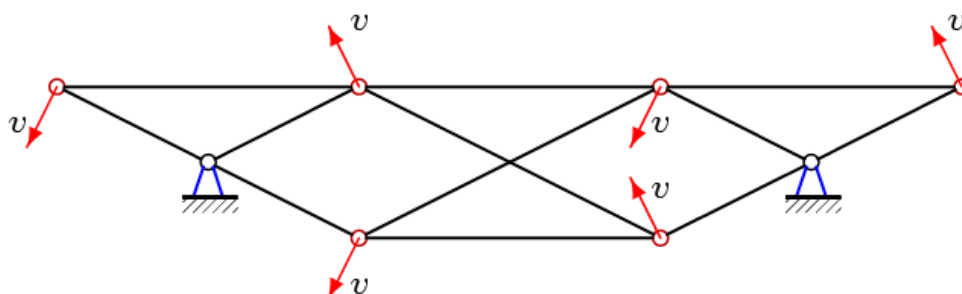


Figure 3 - Virtual node velocity of truss, $n = 1$

Induction on 14 trusses with a consecutively increasing number of panels gives a formula for the deflection of the species

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3) / (2h^2 EF). \tag{1}$$

To identify the common terms of the coefficient sequences obtained from the calculations of individual farms, we apply special operators `rgf_findrecur` of the `genfunc` packet of the computer mathematic system Maple. For the coefficients a^3 , a linear homogeneous recurrence equation of the seventh order is obtained

$$C_{1(k)} = 3C_{1(k-1)} - C_{1(k-2)} - 5C_{1(k-3)} + 5C_{1(k-4)} + C_{1(k-5)} - 3C_{1(k-6)} + C_{1(k-7)}.$$

For the remaining coefficients of the deflection formula, the recurrent equation has the same form:

$$C_{2(k)} = 3C_{2(k-1)} - 3C_{2(k-2)} + C_{2(k-3)}.$$

The `rsolve` operator gives the following expressions:

$$C_1 = (5k^4 - 10k^3 + k^2 + (4 - 6(-1)^k)k - 3(1 - (-1)^k)) / 6,$$

$$C_2 = (k^2 - k) / 2.$$

For the case of a load on the lower belt (Figure 4), the coefficients in (1) have the form

$$C_1 = k(5k^3 - 10k^2 + 7k - 2) / 6,$$

$$C_2 = (k^2 - k + 1) / 2.$$

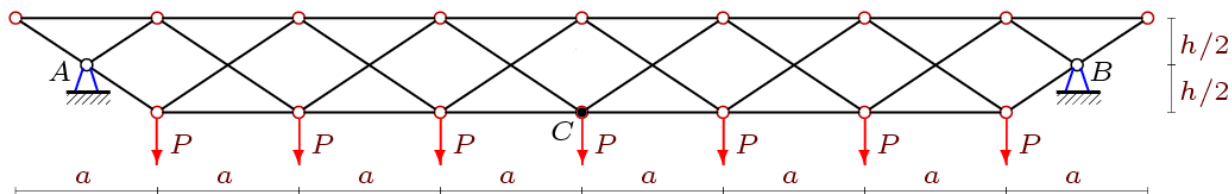


Figure 4 — Truss under load from below, $n = 8$

For the case of a concentrated load in the lower belt (Fig. 5), the coefficients in (1) have the form

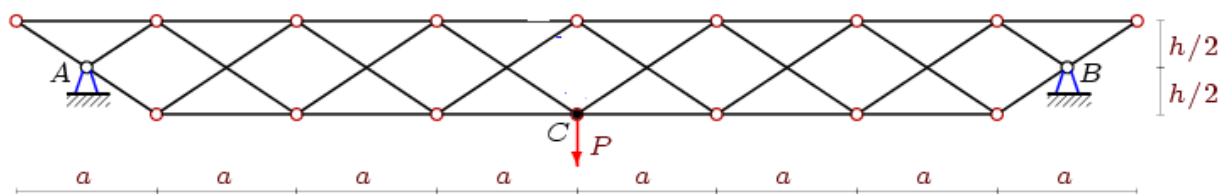


Figure 5 — Truss under concentrated load

$$C_1 = (4k^3 - 6k^2 + 3(-1)^k + 8k - 3) / 6,$$

$$C_2 = (2k - 1) / 2.$$

Linearity of the problem allows a combination of three solutions to obtain a wide class of exact solutions for various types of loading.

A survey of papers using the induction method in calculating the deflection of trusses is contained in [37].

References

1. Компанец К.А. Формула для прогиба фермы, равномерно загруженной по узлам нижнего и верхнего пояса//Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 27-29. DOI: 10.17117/na.2016.09.02.027
2. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
3. Кирсанов М.Н., Хроматов В.Е. Моделирование деформаций плоской фермы треугольного очертания// Строительная механика и расчет сооружений. 2017. 6(275).С. 24-28.
4. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте моделируемого фермой // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2017. Т. 9. №

3. С. 560–569. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-560-569
5. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы // Строительство и реконструкция. 2017. №1(69). С.19-23.
6. Кирсанов М.Н. Точное решение задачи о прогибе балочной фермы с произвольным числом панелей в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2017. Том 7. Выпуск 1 (22). Ст. 1. Режим доступа: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2017.1.1
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3. С. 26-29
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба двухпролетной плоской фермы // Механизация строительства. 2017. № 5. С. 35-38.
9. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 38-42
10. Кирсанов М.Н. Аналитическое моделирование нагружения балочной фермы регулярного типа // Вестник МЭИ. 2016. № 6. С. 108-112
11. Кирсанов М.Н., Арутюнян В.Б. Аналитический расчет величины прогиба балочной фермы со сложной решеткой // Постулат. 2018. №2. С.16
12. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels. Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92-99
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. N 6 (257). С. 2-6.
14. Кирсанов М.Н., Заборская Н.В. Деформации периодической фермы с раскосной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 3(71). С. 61–67.
15. Гриднев С.Ю., Кирсанов М.Н., Овчинников И.Г. Статический расчет двухраскосной балочной фермы // Интернет-журнал НАУКОВЕДЕНИЕ. 2016. Т. 8. №6. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN616.pdf>
16. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2017. № 11 (248). С. 32-36.
17. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С.23-27.
18. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. №4. С. 20-23.
19. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. №5. С.11-13.
20. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
21. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.

22. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2018. 14(1). Pp.64-70. DOI:10.22337/2587-9618-2018-14-1-64-70
23. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // *Строительная механика и конструкции*. 2018. №1. С.7-11.
24. Компанеец К. А Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосной фермы при нагрузке в середине пролета // *Молодежь и наука*. 2017. №4. С.108.
25. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. № 5. С. 50-55.
26. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. 5(268). С.19-22.
27. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure. *Magazine of Civil Engineering*. 2018. No. 08. Pp. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6
28. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // *Вестник МГСУ*. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С. 579–586. DOI: 10.22227/1997–0935.2018.5.579-586
29. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // *Вестник МГСУ*. 2017. Т. 12. Вып. 2 (101). С. 165–171.
30. Кийко Л.К., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет подъемника параллелограммного типа с произвольным числом секций // *Проблемы машиностроения и автоматизации*. 2016. №3. С. 48-53.
31. Кирсанов М.Н., Цзян Х. Математическая модель и анализ колебаний ножничного механизма с произвольным числом элементов // *Человек. Общество. Инклюзия*. 2016. № 2-часть 1 (26). С. 175-182.
32. Kirsanov M.N. Parallelogram Mechanism with Any Number of Sections // *Russian Engineering Research*. 2018. Vol. 38. Issue 4, pp 268–271.
33. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет параллелограммного механизма с произвольным числом секций // *Вестник машиностроения*. 2018. 1. С.37-39.
34. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет деформаций и усилий в плоской вантовой ферме // *Механизация строительства*. 2018. № 1. С. 29-33
35. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
36. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №3(55). С. 3–9. doi: 10.5862/MCE.55.1
37. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // *Строительная механика и конструкции*. 2018. Т.1. №16. С.12-33.