

## Решение задач по теории нечётких множеств в базе знаний WolframAlpha

*Седова Нелли Алексеевна*

*Морской государственный университет им. адм. Г.И. Невельского  
доцент*

*Седов Виктор Александрович*

*Морской государственный университет им. адм. Г.И. Невельского  
заведующий кафедрой*

### **Аннотация**

В работе рассмотрена возможность применения в качестве математического метода решения практических задач для самостоятельной работы студентов по теории нечётких множеств базы знаний WolframAlpha. Приведены примеры построения графиков нечетких множеств.

**Ключевые слова:** нечеткая логика, теория нечетких множеств, база знаний, WolframAlpha, самостоятельная работа студентов.

### **Solving of fuzzy sets tasks in the WolframAlpha knowledge base**

*Sedova Nelly Alekseevna*

*Maritime State University named after G.I. Nevelskoy  
assistant professor*

*Sedov Viktor Aleksandrovich*

*Maritime State University named after G.I. Nevelskoy  
head of department*

### **Abstract**

The possibility of using a mathematical method for solving practical problems for the students' independent work on the theory of fuzzy sets the WolframAlpha knowledge base is consider in the paper. Examples of construction of graphs of fuzzy sets are given.

**Keywords:** fuzzy logic, theory of fuzzy sets, knowledge base, WolframAlpha, independent students work.

Теория нечётких множеств получила заслуженное широкое распространение при решении различных задач, например, в работе [1] она используется для определения степени загрязнения городской среды, а в работе [2] – для оценки уровня аварийных ситуаций, возникающих в море. Для автоматизации расчётов, связанных с теорией нечётких множеств, авторами [3-5] использовались системы Mathcad и Matlab, при этом

указанные системы позволяют значительно ускорить процесс вычислений при решении задач из различных прикладных областей, гарантируя высокую точность, а также предоставляют возможность визуализации как промежуточных, так и итоговых решений, однако указанные математические пакеты являются платными, поэтому доступ к ним для обучающихся при выполнении самостоятельной работы затруднен. Более того, в учебном процессе естественнонаучных и инженерных дисциплин нет избытка времени, позволяющего изучать прикладные программы со сложным интерфейсом [6]. В этой связи особое внимание заслуживает база знаний WolframAlpha, находящаяся в свободном доступе по адресу <http://www.wolframalpha.com/>.

WolframAlpha представляет собой вычислительную систему на своей собственной платформе с базой знаний, разработанной компанией WolframResearch. База знаний WolframAlpha поддерживается онлайн-сервисом, отвечающим на фактические запросы пользователей путем непосредственно вычисления ответа без предоставления списка веб-страниц, которые только могут содержать этот ответ, как в традиционных поисковых системах [7]. Открытый доступ к WolframAlpha в интернете позволяет обращаться к ней с планшетов и смартфонов.

Из различных математических пакетов сервис WolframAlpha, выделяется своей фундаментальностью, доступностью, при этом не требуется дополнительное время затрачивать на вычисления, поэтому база знаний WolframAlpha идеально подходит для использования в учебном процессе, в том числе для поддержки самостоятельной работы студентов. Именно поэтому база знаний WolframAlpha достаточно успешно использована в учебном процессе при изучении различных дисциплин, как естественнонаучного, так и профессионального циклов. В особую группу дисциплин, в которых для решения задач целесообразно использование WolframAlpha, входят дисциплины, тесно связанные с математикой, например, в преподавании математических дисциплин: «Аналитическая геометрия» [8], «Булева алгебра» [9, 10], «Высшая математика» [11], «Вычислительная математика» [12], «Дискретная математика», в частности, теория множеств и теория графов [13], «Дифференциальные уравнения» [14], «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» [15], «Математика. Информатика» [16, 17], «Математический анализ» [11], «Статистика и анализ данных» [18], «Тензорный анализ» [19], «Теория вероятностей» [20], «Теория игр» [21], «Числовые и функциональные ряды» [22, 23], для элективного курса «Задачи с параметрами» [24]. Значительное использование базы знаний WolframAlpha осуществлено для студентов экономических факультетов, например, в работе [25] показаны результаты применения WolframAlpha при изучении дисциплины «Моделирование финансовой деятельности», в [26] для дисциплины «Эконометрика (базовый уровень)» для студентов экономического бакалавриата, а в работе [27] – «Эконометрика (продвинутый уровень)» для студентов экономической магистратуры.

Следует также отметить, что использование WolframAlpha позволяет не только решать большое число стандартных типовых задач как высшей, так и прикладной математики, но и обладает высоким потенциалом для визуализации [28], при этом появляется возможность уделять больше внимания непосредственному пониманию решаемой задачи, интерпретации полученных результатов, а также формулированию соответствующих выводов [15].

К сожалению авторов, WolframAlpha не лишён недостатков. Например, пошаговое решение и сохранение результатов вычислений предоставляется только в платном доступе к сервису [8]. Также к недостаткам можно отнести тот факт, что сервис не русифицирован [29], хотя относительно отсутствия русифицированной версии, автор [30] отмечает, что «В условиях глобального развития информационной среды современный специалист не может ограничивать себя электронными ресурсами на родном языке». Как отмечают авторы статьи [16], «иноязычная компетенция, гибкое использование инструментов автоматизированного перевода текстов и веб-страниц позволяет человеку сегодня становиться полноценным членом международного профессионального сообщества, получать доступ к новейшей информации и знаниям». Также следует заметить, что командное окно имеет небольшой размер, а стандартное время вычисления по запросу ограничено сервером [29].

Несмотря на указанные недостатки, использование онлайн-сервиса WolframAlpha представляется вполне перспективным при изучении элементов теории нечётких множеств и для решения задач, использующих нечёткую логику. Так, база знаний WolframAlpha может использоваться для построения различных функций принадлежности для нечётких множеств; для задания графических и аналитических представлений нечётких чисел; для определения операций (унарных и бинарных) над нечёткими множествами и нечёткими числами; для визуализации заданных матрицей нечётких отношений; для определения операций над степенями истинности нечётких высказываний и др.

Покажем использование базы знаний WolframAlpha для построения графиков нечётких множеств. Например, рассмотрим, трапецевидную функцию принадлежности  $\mu(x)$ , задаваемую аналитической формулой:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases}.$$

Параметрами трапецевидной функции принадлежности являются носитель  $[a, d]$  нечёткого множества, определяемого этой функцией принадлежности, и ядро  $[b, c]$  нечёткого множества. Изобразим в WolframAlpha на универсуме  $[0, 10]$  трапецевидную функцию

принадлежности с параметрами  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $c = 5$ ,  $d = 8$ , для этого введём в командную строку WolframAlpha команду:

$$\text{Plot}[\text{Piecewise}[\{\{0, x \leq 1\}, \{(x-1)/(3-1), 1 \leq x \leq 3\}, \{1, 3 \leq x \leq 5\}, \{(8-x)/(8-5), 5 \leq x \leq 8\}, \{0, 8 \leq x\}\}], \{x, 0, 10\}].$$

В результате получим график искомой функции принадлежности (рис. 1).

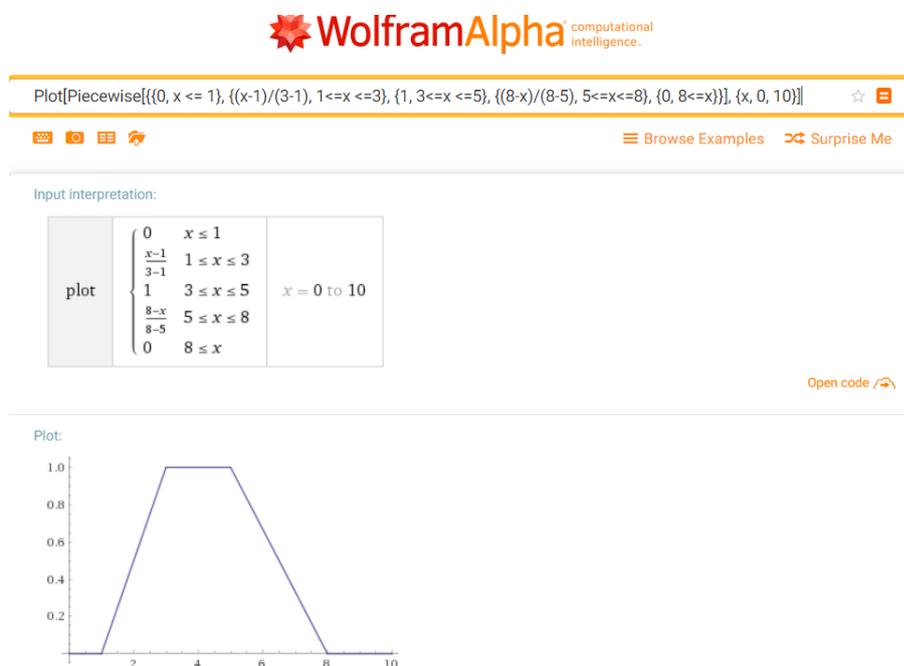


Рисунок 1 – Графическое представление трапецевидной функции принадлежности

Рассмотрим сигмоидную функцию принадлежности, задаваемую формулой

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}},$$

при этом параметр  $a$  геометрически интерпретируется как коэффициент крутизны сигмоидной функции принадлежности, а параметр  $c$  – координату её перегиба.

Изобразим в WolframAlpha на универсуме  $[0, 10]$  сигмоидную функцию принадлежности сначала с параметрами  $a = 3$ ,  $c = 6$  (вариант  $a$ ), а затем с параметрами  $a = -3$ ,  $c = 6$  (вариант  $b$ ), для этого введём в командную строку WolframAlpha сначала команду:

$$\text{Plot} [1/(1 + E^{(-3(x-6))}), \{x, 0, 10\},$$

а затем команду:

$$\text{Plot} [1/(1 + E^{(3(x-6))}), \{x, 0, 10\}].$$

В результате получим графики искомых функций принадлежности (рис. 2 для варианта  $a$ , рис. 3 для варианта  $b$ ).

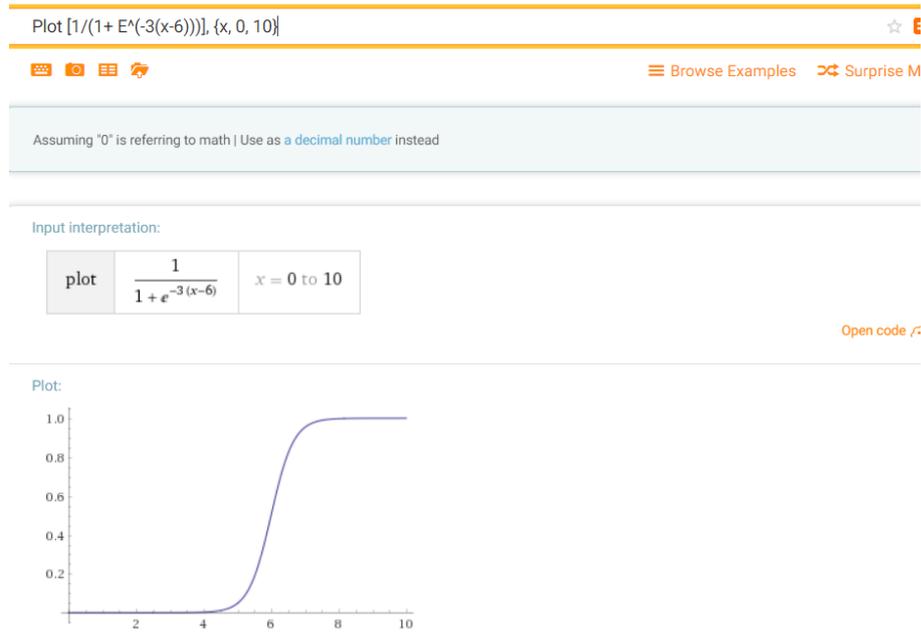


Рисунок 2 – Графическое представление сигмоидной функции принадлежности для варианта *a*

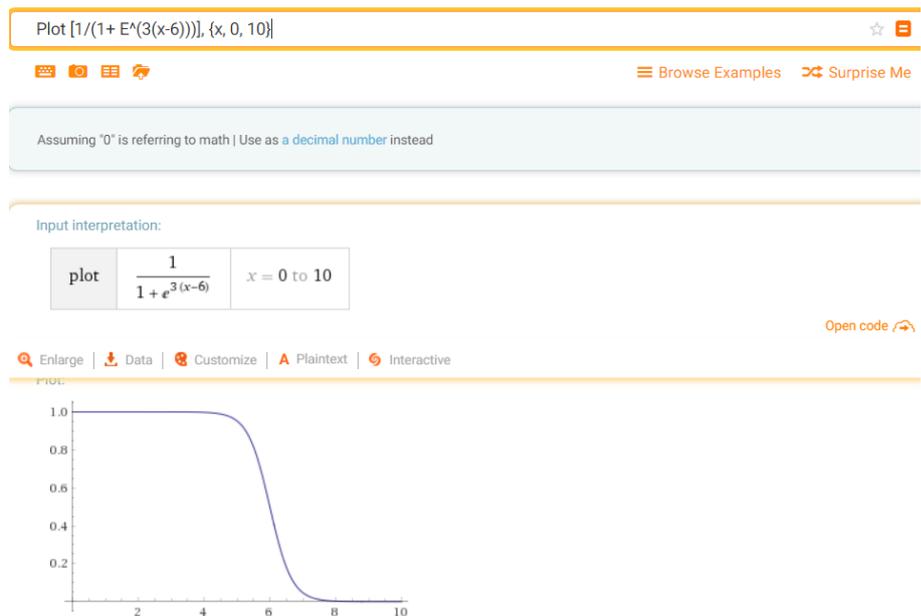


Рисунок 3 – Графическое представление сигмоидной функции принадлежности для варианта *б*

Более того, в WolframAlpha имеется возможность получения и изображения сложных функций принадлежности, например, изобразим функцию принадлежности, являющуюся произведением двух сигмоидных функций принадлежности, с параметрами  $a = 3$ ,  $b = 6$ ,  $c = 7$ ,  $d = 8$ , для этого введём в командную строку WolframAlpha команду:

$$\text{Plot } [1/(1 + E^{-3(x-6)}) * 1/(1 + E^{7(x-8)}), \{x, 0, 10\}.$$

4). В результате получим график искомой функции принадлежности (рис. 4).

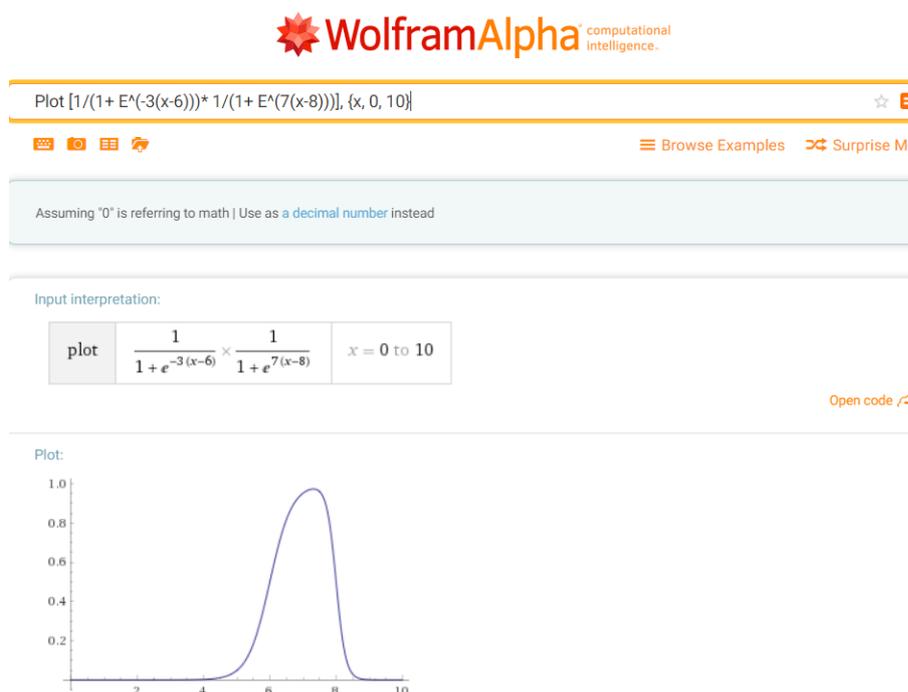


Рисунок 4 – Графическое представление произведения двух сигмоидных функций принадлежности

Покажем также, каким образом в WolframAlpha задаётся колоколообразная функция принадлежности, аналитическое представление которой представляет собой формулу:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}},$$

при этом параметр  $a$  геометрически интерпретируется как коэффициент концентрации колоколообразной функции принадлежности, параметр  $b$  – как её коэффициент крутизны, а параметр  $c$  представляет собой координату её максимума. Введём в командную строку WolframAlpha соответствующую команду для колоколообразной функции принадлежности с параметрами  $a = 2$ ,  $b = 3$   $c = 6$ :

Plot [1/(1+ abs[(x-6)/2]^(2\*3)), {x, 0, 10}].

В результате получим графическое представление колоколообразной функции принадлежности, показанное на рис. 5.

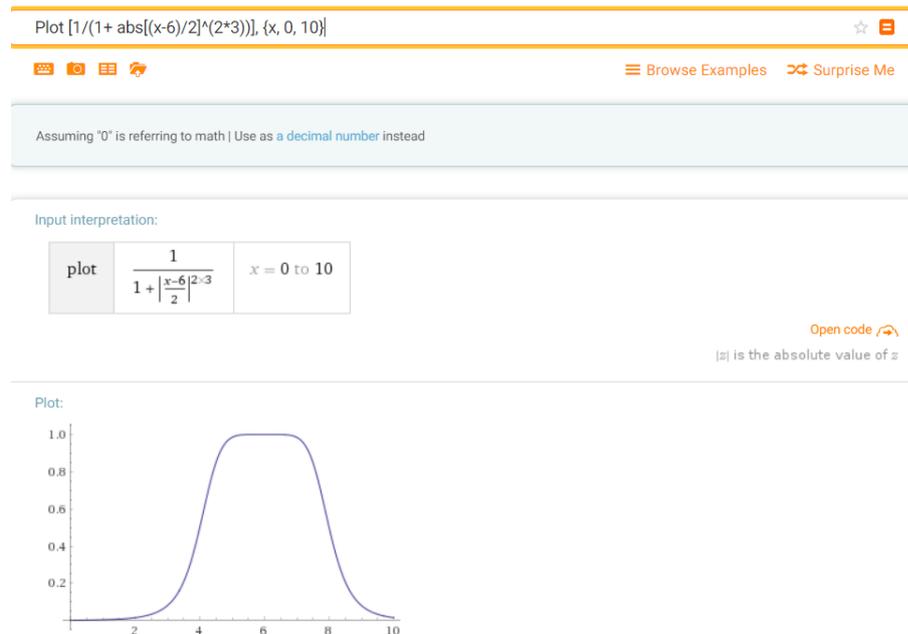


Рисунок 5 – Графическое представление колоколообразной функции принадлежности

Проиллюстрируем использование базы знаний WolframAlpha для определения унарных и бинарных операций над нечёткими множествами.

Для нечёткого множества, задаваемого трапециевидной функцией принадлежности, график которой показан на рис. 1, определим унарную операцию «растяжение», представляющую собой операцию возведения нечёткого множества в степень, равную 0,5. Для этого введём в командную строку WolframAlpha команду:

```
Plot[Piecewise[{{0^0.5, x <= 1}, {[(x-1)/(3-1)]^0.5, 1 <= x <= 3}, {1^0.5, 3 <= x <= 5}, {[(8-x)/(8-5)]^0.5, 5 <= x <= 8}, {0^0.5, 8 <= x}}], {x, 0, 10}]
```

В результате получим график нового нечёткого множества, являющегося растяжением нечёткого множества с трапециевидной функцией принадлежности (рис. 6).

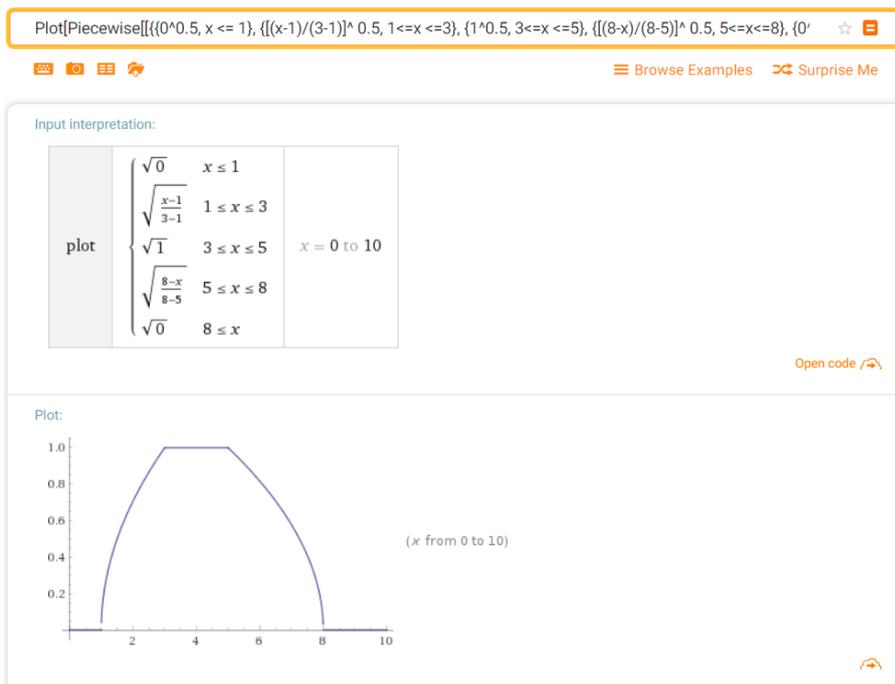


Рисунок 6 – Графическое представление нечёткого множества после операции возведения в степень, равную 0,5

Для сравнения покажем результат, выдаваемый WolframAlpha (рис. 7), после ввода команды для определения другой унарной операции – умножения на число – при этом возьмём также число, равное 0,5:

$$\text{Plot}[0.5*\text{Piecewise}[\{\{0, x \leq 1\}, \{(x-1)/(3-1), 1 \leq x \leq 3\}, \{1, 3 \leq x \leq 5\}, \{(8-x)/(8-5), 5 \leq x \leq 8\}, \{0, 8 \leq x\}\}], \{x, 0, 10\}, \{y, 0, 1\}]$$

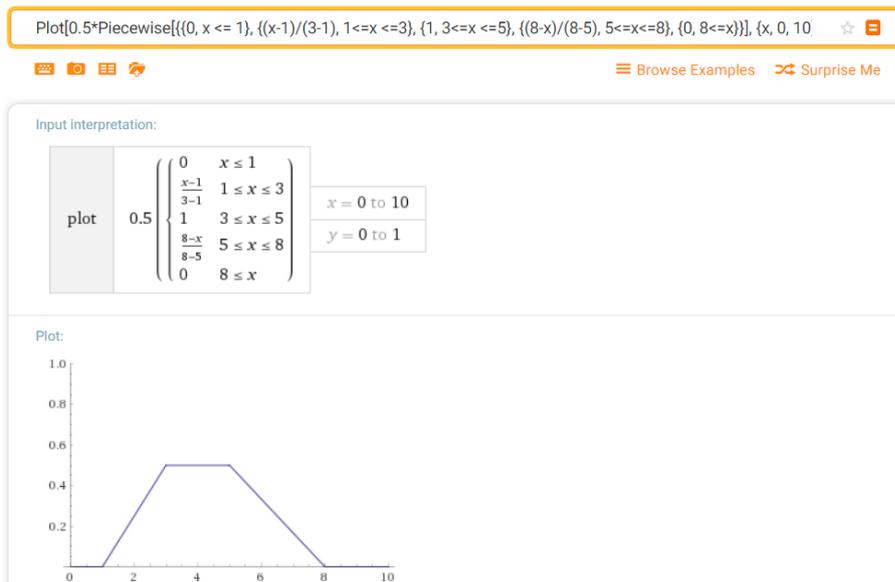


Рисунок 7 – Графическое представление нечёткого множества после операции умножения на число, равное 0,5

Также продемонстрируем возможности базы знаний WolframAlpha для определения бинарных операций над нечёткими множествами. Для примера возьмём два нечётких множества, заданных на универсальном множестве  $[0, 10]$ , первое из которых имеет трапецевидную функцию принадлежности (рис. 1) с параметрами  $a = 1, b = 3, c = 5, d = 8$ , второе – сигмоидную функцию принадлежности сначала с параметрами  $a = 3, c = 6$  (рис. 2). В командную строку онлайн-сервиса WolframAlpha поочерёдно введём команды:

```
Plot[Min{Piecewise[{{0, x <= 1}, {(x-1)/(3-1), 1<=x <=3}, {1, 3<=x <=5}, {(8-x)/(8-5), 5<=x<=8}, {0, 8<=x}}], 1/(1+ E^(-3(x-6)))}, {x, 0, 10}, {y, 0, 1}],
Plot[Piecewise[{{0, x <= 1}, {(x-1)/(3-1), 1<=x <=3}, {1, 3<=x <=5}, {(8-x)/(8-5), 5<=x<=8}, {0, 8<=x}}]*1/(1+ E^(-3(x-6))), {x, 0, 10}, {y, 0, 1}],
Plot[Max{Piecewise[{{0, x <= 1}, {(x-1)/(3-1), 1<=x <=3}, {1, 3<=x <=5}, {(8-x)/(8-5), 5<=x<=8}, {0, 8<=x}}]+1/(1+ E^(-3(x-6)))-1, 0}, {x, 0, 10}, {y, 0, 1}].
```

На рисунке 8 показан итоговый результат определения пересечения указанных нечётких множеств по основной формуле, на рис. 9 – алгебраического пересечения этих же нечётких множеств, а на рис. 10 – граничного пересечения указанных выше нечётких множеств.

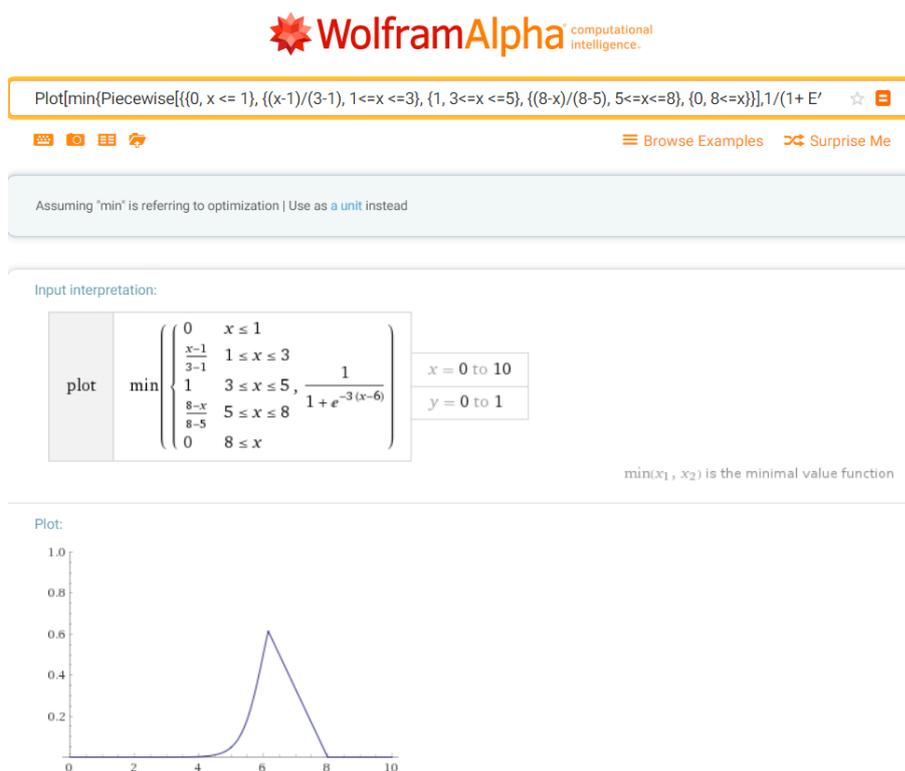


Рисунок 8 – Графическое представление пересечения двух нечётких множеств с трапецевидной и сигмоидной функциями принадлежности

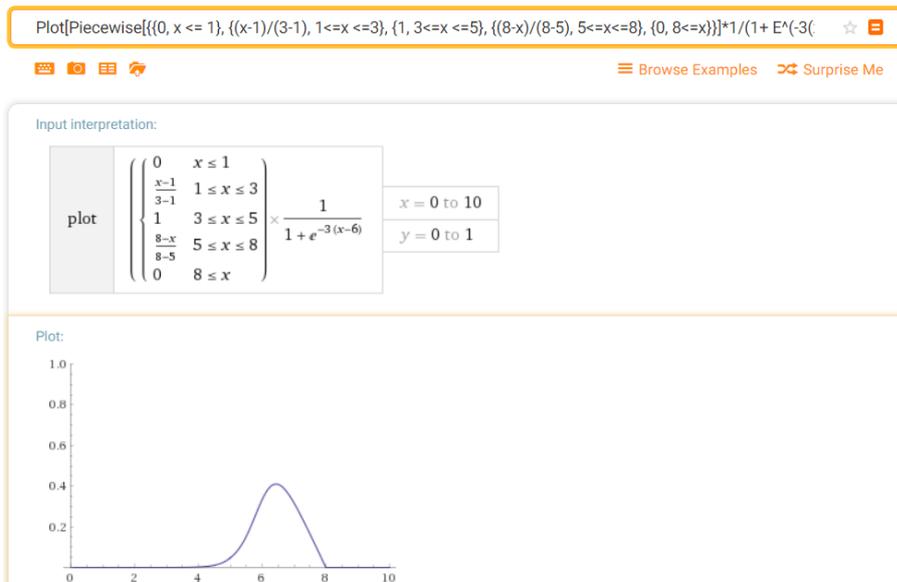


Рисунок 9 – Графическое представление алгебраического пересечения двух нечётких множеств с трапециевидной и сигмоидной функциями принадлежности

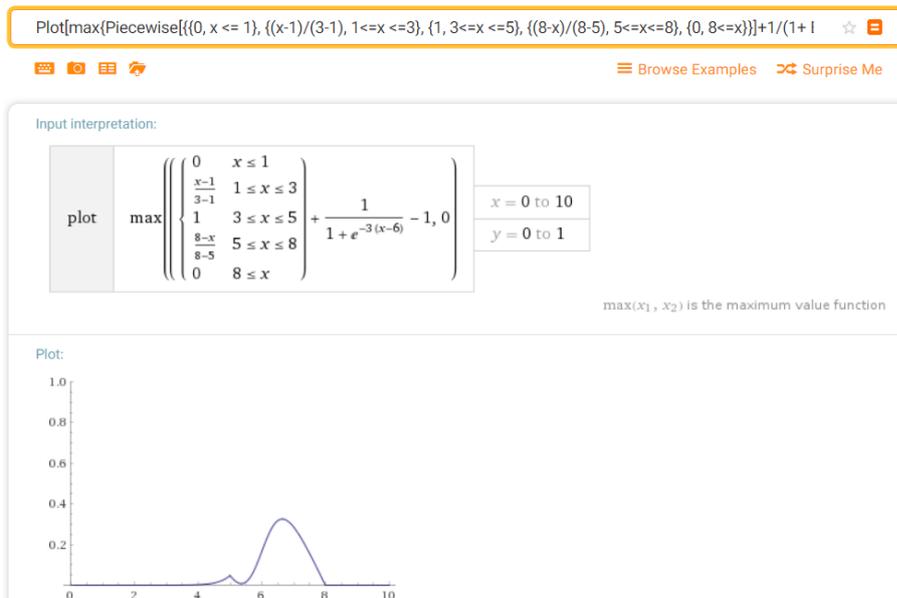


Рисунок 10 – Графическое представление граничного пересечения двух нечётких множеств с трапециевидной и сигмоидной функциями принадлежности

Рассмотренные в настоящей статье задачи и приведённые их решения убедительно показывают, что применение базы знаний WolframAlpha возможно для обеспечения самостоятельной работы студентов в задачах теории нечетких множеств, поскольку не требует значительного количества времени на изучение онлайн-сервиса. Студентам достаточно видоизменить

вводимые запросы, представленные в настоящей работе и с их помощью без особых затруднений проводить численные эксперименты.

### Библиографический список

1. Шайдуров А.А., Баженов Р.И. Разработка в Scilab нечёткой системы определения степени загрязнения среды в городе // Постулат. 2018. № 1 (27). С. 24.
2. Sedova N.A., Sedov V.A., Bazhenov R.I. Analysis of emergency level at sea using fuzzy logic approaches // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Т. 658. С. 314-322.
3. Бабенко Е.Р., Абраменко О.С., Седова Н.А. Реализация в Matlab элементов теории нечётких множеств // В сборнике: Международна научна школа «Парадигма». Лято-2015 сборник научни статии в 8 тома. ВАРНА, 2015. С. 52-56.
4. Бабенко Е.Р., Седова Н.А. Инновационные технологии в преподавании дисциплин, связанных с теорией нечётких множеств // Педагогические чтения в ННГУ: сборник научных статей / Отв. ред. И.В. Фролов; Мин.обр.науки РФ, Мин.обр. НО, Арзамасский филиал ННГУ. – Нижний Новгород – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2015. С. 183-186.
5. Стримжа М.М., Мазур М.В., Седова Н.А. Реализация в Mathcad элементов теории нечётких множеств // В сборнике: Международна научна школа «Парадигма». Лято-2015 сборник научни статии в 8 тома. ВАРНА, 2015. С. 288-296.
6. Шиян А.Ф., Шиян Н.В. Оптимизация учебного вычислительного эксперимента на основе использования онлайн-сервисов при решении дифференциальных уравнений // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1-1. С. 1012.
7. Солошенко А.Е., Бородин Е.А. Поисковый сервис WolframAlpha // Российская наука и образование сегодня: проблемы и перспективы. 2016. № 2 (9). С. 54-56.
8. Кожухова В.Н. Использование современных программных средств в преподавании дисциплины «Аналитическая геометрия» // Вестник Димитровградского инженерно-технологического института. 2017. № 2 (13). С. 75-83.
9. Родионов В.Э., Зарубина Н.К. Теория множеств в онлайн-сервисе WolframAlpha // В сборнике: Математика и ее приложения в современной науке и практике сборник научных статей Международной научно-практической конференции. Е.А. Бойцова (ответственный редактор). 2015. С. 92-96.
10. Скурихина Ю.А. Применение пакета Wolfram Alpha на уроках информатики // Вопросы педагогики. 2017. № 7. С. 73-75.
11. Байбисенова А. А., Гамалий Д. А., Рождественская Е. А. Использование Wolfram Alpha для решения задач курса высшей математики технического вуза // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2017. Т.

39. С. 2736–2740. URL: <http://e-koncept.ru/2017/970874.htm>.
12. Гурьева Я.В. Применение технологии WolframAlpha при решении задач прикладной математики // В сборнике: Молодёжная научная весна – 2015 материалы XLII Научно-практической конференции молодых исследователей Забайкальского государственного университета: в 2 частях. Под редакцией: Т. Б. Бердниковой, А. В. Шапиевой. 2015. С. 174-176.
13. Князева И.В., Семененко М.Г., Кулакова Н.Н. Внедрение элементов современных математических идей в образовательный процесс экономического вуза // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 4. С. 619.
14. Козлова С.Н., Дмитренко А.Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения в онлайн-сервисе WolframAlpha // В сборнике: Математика и ее приложения в современной науке и практике сборник научных статей Международной научно-практической конференции. Е.А. Бойцова (ответственный редактор). 2015. С. 44-50.
15. Букушева А.В. Использование Интернет-ресурсов в обучении компьютерной геометрии // В сборнике: ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА. Сборник материалов международной научно-практической конференции. 2015. С. 71-74.
16. Зинина А.И. Использование веб-ресурсов в обучении математике в вузе // В сборнике: Образование, инновации, исследования как ресурс развития сообщества Сборник материалов Международной научно-практической конференции. Редкол.: Ж. В. Мурзина, Г. В. Николаева, С. П. Руссков. 2017. С. 50-53.
17. Бертик И.А. О применении базы знаний WolframAlpha в математическом образовании // В сборнике: Бизнес и образование: интеграционная модель развития Материалы Международной научно-практической конференции. Ответственный редактор: И.Г. Воробьева. 2014. С. 156-159.
18. Петрова Е.В. Построение регрессионных моделей в некоммерческих вычислительных системах // Системы компьютерной математики и их приложения. 2015. № 16. С. 32-35.
19. Букушева А.В. Использование систем компьютерной математики в решении задач тензорного анализа // В сборнике: Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии» – GRACOS-17. Международная школа по математическому моделированию в системах компьютерной математики – «KAZCAS-2017». Международная научно-практическая конференция – «ИТОН-2017» Материалы семинара, школы и конференции. Под общей редакцией Ю.Г. Игнатьева. 2017. С. 134-137.
20. Kobylnyk T. Використання web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач з теорії ймовірностей // Інформаційні технології в освіті. 2015. № 24. С. 68-80.
21. Власов Д. А., Синчуков А. В. Равновесие Нэша в биматричных играх: технология моделирования и визуализации Wolfram Demonstration Project

- // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. Т. 12. № 4. С. 209-216.
22. Конорева М.В., Разумов С.Е., Галеев Д.Т. Функциональные ряды в WolframAlpha // В сборнике: Математика и ее приложения в современной науке и практике сборник научных статей Международной научно-практической конференции. Е.А. Бойцова (ответственный редактор). 2015. С. 50-55.
23. Разумов С.Е., Галеев Д.Т., Конорева М.В. Числовые ряды в WolframAlpha // В сборнике: Математика и ее приложения в современной науке и практике сборник научных статей Международной научно-практической конференции. Е.А. Бойцова (ответственный редактор). 2015. С. 77-82.
24. Власов Д. А., Синчуков А. В., Качалова Г. А. Использование WolframAlpha при обучении решению задач с параметрами // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2014. № 1. С. 64-72.
25. Власов Д.А. Новые технологии WolframAlpha в построении и исследовании модели Шарпа // Конкурентоспособность в глобальном мире: экономика, наука, технологии. 2017. № 4-2 (38). С. 21-27.
26. Власов Д.А. Современная фрактальная теория: визуализация и прикладные аспекты // Техника. Технологии. Инженерия. 2017. №1. С. 8-11. URL <https://moluch.ru/th/8/archive/46/1669/> (дата обращения: 02.06.2018).
27. Власов Д. А., Синчуков А. В. Новые технологии WolframAlpha при изучении количественных методов студентами бакалавриата // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2013. № 4. С. 43-53.
28. Власов Д. А. Технология визуализации проблем и ситуаций финансовой сферы // Педагогика высшей школы. 2016. №2. С. 35-38.
29. Маренич А.С. Использование WolframAlpha в преподавании математики в техническом вузе // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. № 6. С. 559-568.
30. Букушева А.В. Использование средств ИКТ в организации учебной практики магистрантов-математиков // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. Т. 12. № 3-2. С. 93-99.