

Расчет прогиба декоративной решетки фермы с произвольным числом панелей под действием нагрузки в середине пролета

Арутюнян Виктория Борисовна
НИУ «МЭИ»
студент

Аннотация

Решетка плоской симметричной статически определимой фермы с двумя опорами по концам состоит из отдельных панелей. Каждая панель состоит из девяти стержней, образующих шестигранный контур. Таким образом, нижний и верхний имеют ломаное очертание. Поставлена задача получения аналитической зависимости прогиба от числа панелей в ферме. Для определения усилий в стержнях используется программа системы Maple, основанная на методе вырезания узлов. Вычисление перемещения производится по формуле Мора.

Ключевые слова: ферма, решетка, шестигранник, формула Мора, прогиб, индукция, Maple

Calculation of the deflection of a decorative lattice of a truss with an arbitrary number of panels under the load in the middle of the span

Arutyunyan Victoria Borisovna
NRU «MPEI»
Student

Abstract

The lattice of a planar symmetric statically determinate truss with two supports at the ends consists of separate panels. Each panel consists of nine rods forming a hexagonal contour. Thus, the lower and upper have a broken outline. The task is to obtain an analytical dependence of the deflection on the number of panels in the truss. To determine the forces in the rods, the Maple program is used, based on the method of cutting out nodes. The calculation of the displacement is carried out according to Mohr's formula.

Keywords: truss, Mohr's integral, lattice, hexahedron, deflection, induction, Maple

A statically determinate truss (Figure 1) consists of periodically repeating structures that are hexagons with three diagonal elements. The upper and lower belt are broken lines. The truss bars are elastic, the hinges are ideal.

The mobility of the support of the truss with the decorative lattice and an even number of panels under the action of concentrated force was studied in [1] if $h = 2c$, $b = c/2$. In the same scheme, under the action of a uniformly distributed

load for arbitrary dimensions, was considered in [2]. In this paper the deformation of a truss by a concentrated force at $h = b = 2c$ is considered.

Number of rods in the truss $M=8n+4$ including three support rods. In fact, this truss is girder, without spacer. If the reactions of the supports of this truss can be found from the equations of equilibrium of the entire truss as a whole, then the forces in the rods can be obtained only from the solution of the system of equilibrium equations for all knots (hinges).

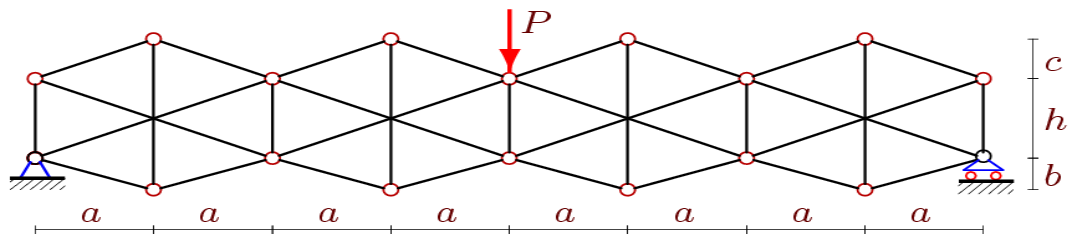


Figure 1—Truss with load in center, $n = 4$

The rods and knots are numbered (Figure 2). Truss data is entered into the program [3]. Input coordinates has the form:

$$x_i = x_{i+2n+1} = a(i - 1), \quad y_i = -b(1 + (-1)^i) / 2,$$

$$y_{i+2n+1} = h + c(1 + (-1)^i) / 2.$$

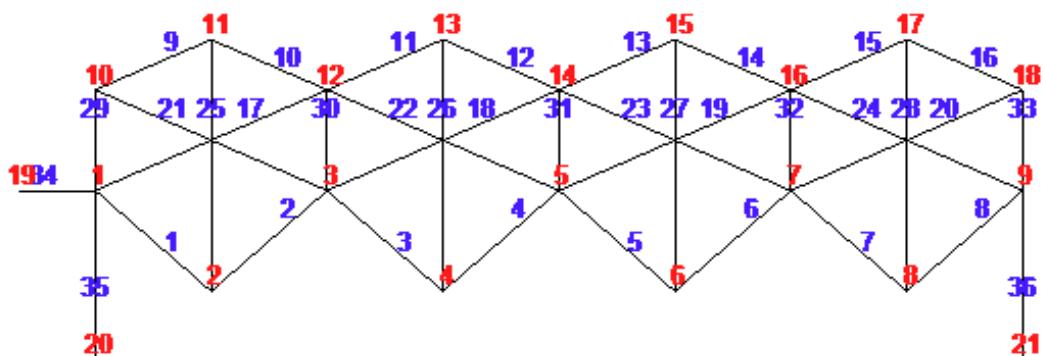


Figure 2— Number of rods and knots

To calculate the deflection of the truss, we use the Mohr's integral:

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{M-3} S_i^2 l_i / (EF).$$

where $d = \sqrt{a^2 + c^2}$, $g = \sqrt{a^2 + b^2}$, $f = \sqrt{4a^2 + h^2}$. Denoted: EF — stiffness of the truss bars, l_i — length of the rods, S_i — forces from the unit force applied to the middle of the upper belt. Calculation of the deflection for $n = 2$ for arbitrary dimensions a, b, c, h gives the following formula

$$\Delta = \frac{16b^2c^3 + (16b^3 + 28b^2h + 8bh^2 + f^3 + 8g^3 + 2h^3)c^2 + 4b^2ch^2 + b^2(8d^3 + f^3 + h^3)}{2h^2(b-c)^2 EF}$$

It is characteristic that in the denominator of the expression for deflection there is a difference $(b - c)$, which for a symmetric height vanishes, which means a kinematic degeneration of the structure. We consider the special case $h = b = 2c$. In this case, the expression for the deflection is substantially simplified and for any number of panels becomes

$$\Delta = P(C_1b^3 + C_2f^3 + C_3g^3) / (b^2EF). \quad (1)$$

The scheme of possible velocities (Fig.3) of nodes of the truss for $n = 1$ was obtained in [2].

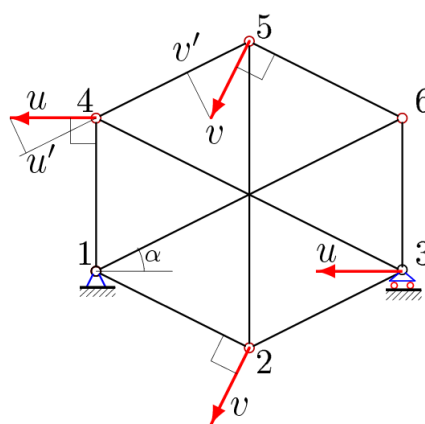


Figure 3— scheme of virtual speeds of the nodes of the truss

Operators `rgf_findrecur` `genfunc` packet of the computer mathematic system Maple. To find the coefficients b^3, f^3, g^3 , a simple linear homogeneous recurrence equation of the fourth order is obtained

$$C_{1(k)} = 4C_{1(k-1)} - 6C_{1(k-2)} + 4C_{1(k-3)} - C_{1(k-4)}.$$

The operator **resolve** gives the polynomial expressions

$$C_1 = (178k^3 - 139k + 72) / 3,$$

$$C_2 = k(34k^2 - 7) / 6, \quad C_3 = 4k(4k^2 - 1) / 3.$$

Previously, lattice trusses by induction were analyzed in [4-9]. Kinematically variable schemes of planar trusses are considered in [10-17], spatial ones in [18-29]. A review of papers on this topic with respect to planar trusses is given in [30-32]. The formulas obtained can be used both for an approximate evaluation of the structural strength and for optimization problems [33-39].

References

1. Фам З.Б. Расчет смещения подвижной опоры плоской балочной фермы со сложной решеткой//Научный альманах. 2016. №6-2 (19). С. 296-298.

2. Кирсанов М.Н. Аналитическое моделирование нагружения балочной фермы регулярного типа//Вестник МЭИ. 2016. № 6. С. 108-112
3. Кирсанов М.Н. Задачи по теоретической механике с решениями в Maple 11. М.: Физматлит, 2010. 264 с.
4. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48-51.
5. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы//Инженерно-строительный журнал. 2012. Т. 31. № 5. С. 38-42.
6. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы//Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165-171.
7. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы//Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
8. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы//Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
9. Кирсанов М.Н. Формулы для оценки жесткости шпренгельной фермы//Современная наука и инновации. 2017. № 1 (17). С. 139-143.
10. Белянкин Н.А., Бойко А. Ю. , Плясова А.А. Формулы для определения деформаций внешне статически неопределимой фермы от действия сосредоточенной и распределенной нагрузки // Строительство и архитектура. 2017. Т.5. №4
11. Грибова О. В. Расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой стержневой рамы // Постулат. 2017. №12.
12. Китаев С.С. Расчет регулярных стержневых систем в системе Maple на примере плоской внешне статически неопределимой фермы //Постулат. 2017. № 12.
13. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость//Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51.
14. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости//Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 27-30.
15. Кирсанов М.Н., Разананирина Р.К. Формула для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости//Постулат. 2017. № 9 (23). С. 1.
16. Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решетчатой фермы//Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 2. № 15. С. 5-10.
17. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы// Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 8 (107). С. 869-875.
18. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С.

- 579–586. doi: www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586
19. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия//Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
 20. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
 21. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия//Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
 22. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
 23. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple//В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
 24. Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы//Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2014. Т. 4. № 2 (20). С. 36-39.
 25. Кирсанов М.Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала//Известия высших учебных заведений. Строительство. 2001. № 10. С. 11.
 26. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure// Magazine of Civil Engineering. 2018. No. 08. Pp. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6
 27. Kirsanov M. N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice //Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52 - 58. DOI: 10.5862/MCE.64.5
 28. Kirsanov M. N. Stress State and Deformation of a Rectangular Spatial Rod Cover// Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 3 (31). Pp. 71-79.
 29. Kirsanov M.N. Deflection analysis of rectangular spatial coverage truss// Magazine of Civil Engineering. 2015. No.1(53). Pp. 32–38 doi: 10.5862/MCE.53.4
 30. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа// Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33.
 31. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12. С. 28. <https://elibrary.ru/item.asp?id=32381924>
 32. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал.

2015. №5(57). С. 66–73.
33. Алексейцев А.В. Эволюционная оптимизация стальных ферм с учетом узловых соединений стержней // Инженерно-строительный журнал. – 2013. № 5(40). С. 27–37.
34. Серпик И.Н., Алексейцев А.В. Оптимизация металлических конструкций путем эволюционного моделирования. – М.: Изд-во АСВ, 2012. – 239 с.
35. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2013. № 5. С. 46–48.
36. Киселев В.Г. Оптимизация по массе фермы Шмита с тремя параметрами // Проблемы прочности и пластичности. 2015. № 1. С. 93–103.
37. Китов Ю.П., Ватуля Г.Л., Веревичева М.А. Некоторые соображения о критериях оптимальности // Модернизация и научные исследования в транспортном комплексе: материалы междунар. науч.-практ. конф. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. 2015. С. 111–114.
38. Наумов А.Е. К вопросу оптимизации топологии трехшарнирной фермы при ветровой нагрузке // Научные труды Sworld. Одесса, 2014. № 2. С. 44–47.
39. Зинькова В.А. Оптимизация топологии металлических ферм // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2015. № 2. С. 37–40.