

Зависимость величины прогиба внешне статически определимой фермы с крестообразной решеткой от числа панелей

Воропай Руслан Александрович

НИУ «МЭИ»

Студент

Аннотация

Методом индукции на основе обобщения ряда решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей получена компактная формула для прогиба. Используется интеграл Мора и метод вырезания узлов. Стержни конструкции имеют одинаковую жесткость, опоры не деформируются. Все преобразования и решение системы уравнений равновесия узлов выполнены в системе Maple.

Ключевые слова: ферма, интеграл Мора, прогиб, индукция, Maple

The dependence of the deflection value of an externally statically determinate truss with a cross-shaped lattice on the number of panels

Voropay Ruslan Alexandrovich

NRU «MPEI»

Student

Abstract

The induction method, based on the generalization of a number of solutions for trusses with a consecutively increasing number of panels, yields a compact formula for deflection. The Mohr's integral and the method of cutting nodes are used. The rods of the structure have the same rigidity, the supports are not deformed. All the transformations and the solution of the system of equations of node equilibrium are fulfilled in the Maple system.

Keywords: Mohr's integral, deflection, induction, Maple

Externally statically indeterminate trusses are trusses in which the reactions of supports can only be determined by solving the equilibrium equations of all structural units in the system. Such trusses do not include composite trusses with an intermediate hinge [1]. The reactions of the supports of composite trusses are divided into two parts by an articulating hinge.

Consider a truss with two fixed supports (Figure 1). The truss is loaded along the nodes of the upper belt. In a truss with n panels on the lower belt, the number of rods – $n_3 = 4n$ including four support rods. The cross-shaped grating does not allow the application of the Ritter method to calculate the forces. The

exception is only the extreme rods and then, if in any way the reactions of the supports are found.

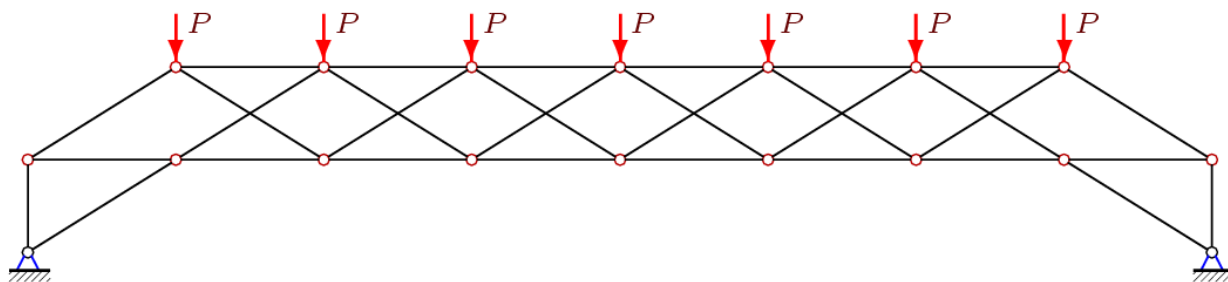


Figure 1 — Truss under the effect of distributed load from above, $n = 8$

To calculate the deflection according to Mor's formula, force values in symbolic form are needed. Using the program [2], written in the language of the system of computer mathematics Maple, we will compile a system of equations for the equilibrium of nodes in projections on the coordinates (two equations per knot) of the whole truss as a whole. To calculate the direction cosine forces, you must enter the coordinates of the nodes in the program. The order of connecting nodes and rods is entered into the program exactly as flat graphs are coded. Calculations showed that for odd n the determinant of the system of equations of equilibrium vanishes. This means that the truss is kinematically variable [3-10]. Consider the case $n = 2k, k = 1, 2, 3, \dots$

To calculate the deflection, the Mohr's formula is used in the form:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-4} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Here: $S_i^{(P)}$ — the forces in the rods from a given uniform load, l_i — the length of the rods, $S_i^{(1)}$ — the forces from a single vertical force applied to the middle of the lower belt (at the knot where the deflection is determined), EF — stiffness of the rods. Calculations of a number of trusses for loading from above give a formula for the deflection of the species

$$\Delta = P(a^3 A_k + c^3 C_k + h^3 H_k) / (EFh^2), \quad c = \sqrt{a^2 + h^2}, \quad (1)$$

The most difficult thing is to get formulas for the coefficients depending on the number k .

When a common term of the sequence of coefficients was found for a a^3 , it was necessary to analyze 18 expressions for the deflection and obtain the following natural numbers: 0, 4, 6, 71, 104, 404, 530, 1367, 1680, 3484, 4110, 7439, 8536, 14076, 15834, 24399, 27040, 39572. A sequence of a shorter length does not allow us to find a regularity.

To get the general term of this sequence manually is difficult. Using the operator of `rgf_findrecur` `genfunc` Maple system package for the members of this sequence can be a linear homogeneous recurrence relation of the ninth order

$$A_k = A_{k-1} + 4A_{k-2} - 4A_{k-3} - 6A_{k-4} + 6A_{k-5} + 4A_{k-6} - 4A_{k-7} - A_{k-8} + A_{k-9}.$$

The order of the recurrent equation is half the length of the analyzed sequence. The `rgf_findrecur` operator only requires an even number of sequence members. If the sequence length is insufficient, then the equation is obtained with fractional (rational) coefficients and unacceptable (physically unjustified) solutions.

Similarly, for the coefficients of c^3 and h^3 , we have the following simpler equations

$$\begin{aligned} C_k &= 2C_{k-1} - 2C_{k-3} + C_{k-4} \\ H_k &= 2H_{k-2} - H_{k-4} \end{aligned}$$

The solutions of these equations are given by the operator `rsolve`:

$$\begin{aligned} A_k &= (5k^4 + 3(2(-1)^k - 5)k^3 + (22 - 15(-1)^k)k^2 + (51(-1)^k - 27)k / 2 + 3 - 15(-1)^k) / 12, \\ C_k &= (2k^2 - 1 + (-1)^k) / 8, \quad H_k = (1 + (-1)^k)k / 4. \end{aligned}$$

Similarly, for the load from above in the center (Figure 2) we have a solution:

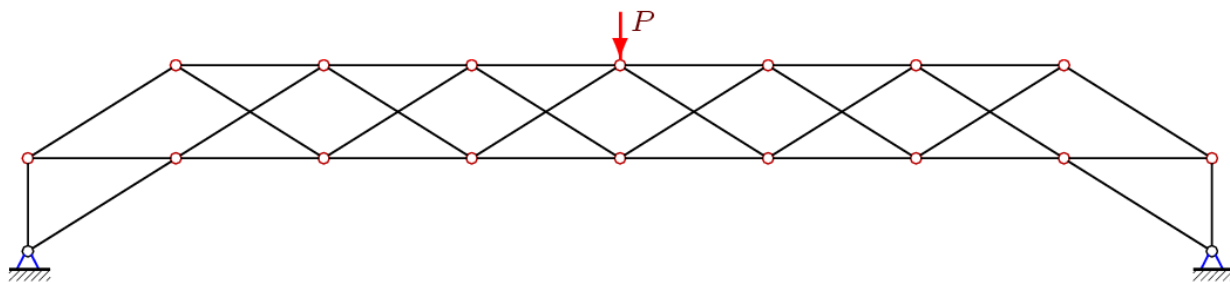


Figure 2 — Truss with a single force load

$$\begin{aligned} A_k &= (4k^3 + (9(-1)^k - 9)k^2 + (15(-1)^{k+1} + 17)k - 9 + 9(-1)^k) / 12, \quad C_k = k / 2, \\ H_k &= (1 + (-1)^{-k}) / 4. \end{aligned}$$

Similar analytical solutions in the Maple system were obtained for flat arched trusses [11-22], spatial [3, 23-28] and trusses taking creep into account [29-31]. In [32], a pile foundation is calculated by the method, and a parallelogram (scissor) mechanism is used in [33-34]. Surveys of some papers containing the derivation of formulas for the deflection of flat trusses are compiled in [35-37].

The derived formulas can be used to test solutions obtained in specialized packages based on the finite element method, as well as for preliminary estimation of the designed structures. Especially it is necessary to pay attention to the fact of degeneration of the structure noted in the article with an odd number of panels.

References

1. Ахмадалиев Т. У. О зависимости прогиба составной балочной фермы с параллельными поясами от числа панелей // Вестник научных конференций. 2015. № 2-2(2). Перспективы развития науки и образования:

- по материалам международной научно-практической конференции 31 октября 2015 г. Часть 2. С. 18-19.
2. Кирсанов М.Н. Задачи по теоретической механике с решениями в Maple 11. М.: Физматлит, 2010. 264 с.
 3. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость//Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 48-51. 15
 4. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости//Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 27-30. 12
 5. Кирсанов М.Н., Разананирина Р.К. Формула для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости//Постулат. 2017. № 9 (23). С. 1.
 6. Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решетчатой фермы//Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 2. № 15. С. 5-10.
 7. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы// Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 8 (107). С. 869-875. 16
 8. Белянкин Н.А., Бойко А. Ю. , Плясова А.А. Формулы для определения деформаций внешне статически неопределимой фермы от действия сосредоточенной и распределенной нагрузки // Строительство и архитектура. 2017. Т.5. №4
 9. Грибова О. В. Расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой стержневой рамы // Постулат. 2017.12 .
 10. Китаев С.С. Расчет регулярных стержневых систем в системе Maple на примере плоской внешне статически неопределимой фермы //Постулат. 2017. 12.
 11. Тиньков Д.В. Расчет прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решеткой // Постулат. 2017. № 12.
 12. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
 13. Широков А. С. Индуктивный вывод зависимости прогиба и смещения опоры арочной фермы от числа панелей в системе Maple // Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии» -GRACOS-17. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2017. С. 267-272.
 14. Компанец К. А. Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосой фермы при нагрузке в середине пролета //Молодежь и наука. 2017. №4. С.108.
 15. Рахматулина А.Р., Смирнова А.А. Вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей в системе Maple//Материалы Всероссийской научно-практической конференции «45 лет отрасли легких металлоконструкций: от модуля Кисловодск до модуля Пятигорск»

- (03.04.2017-05.04.2017) / под. ред. Марутяна А.С., Файбишенко В.К., Вартумяна А.А. – Пятигорск: Издательство ПФ СКФУ, 2017. – 262 с. С.85-88.
16. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей// Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5 (274). С. 9-14. 10
 17. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50-55. 11
 18. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа//Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42-48.
 19. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы//Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55. 6
 20. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы//Транспортное строительство. 2017. № 9. С. 8-10. 5
 21. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы//International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Т. 14. № 1. С. 64-70.
 22. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы//Строительная механика и конструкции. 2018. Т. 1. № 16. С. 7-11.
 23. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия//Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
 24. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы//Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49а-53.
 25. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия//Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
 26. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22. 7
 27. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе maple//В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
 28. Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2014. Т. 4. № 2 (20). С. 36-39.
 29. Кирсанов М.Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала//Известия высших учебных заведений.

- Строительство. 2001. № 10. С. 11.
30. Кирсанов М.Н. Оптимальная высота балочной фермы с учетом линейной ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2000. № 5. С. 141.
31. Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32. doi: 10.5862/МСЕ.61.3
32. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 3 (55). С. 3-9.
33. Кийко Л.К., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет подъемника параллелограммного типа с произвольным числом секций // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 3. С. 48-53.
34. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет параллелограммного механизма с произвольным числом секций // Вестник машиностроения. 2018. № 1. С. 37-39.
35. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33.
36. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12. С. 28. <https://elibrary.ru/item.asp?id=32381924>
37. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.