

## Формула для прогиба фермы типа Больмана под действием распределенной нагрузки

*Салимов Максим Сергеевич*  
*НИУ «МЭИ»*  
*Студент*

### Аннотация

Рассмотрен вариант фермы без нижнего пояса регулярного типа. Ставится задача получения аналитической зависимости прогиба фермы от числа панелей. Предполагается, что упругие стрижки фермы имеют одинаковое сечение. Серия решений для ферм с различным числом панелей обобщается на произвольный случай методом индукции. Усилия найдены программным путем методом вырезания узлов. Использована система символьной математики Maple. Прогиб вычисляется по формуле Максвелла-Мора.

**Ключевые слова:** ферма Больмана, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

## Formula for deflection of the Bolman's type truss under the action of a distributed load

*Salimov Maksim Sergeevich*  
*NRU «MPEI»*  
*Student*

### Abstract

A variant of a truss without a lower belt of a regular type is considered. The task is to obtain the analytical dependence of the deflection of the truss on the number of panels. It is assumed that the elastic bars of the truss have the same cross section. A series of solutions for trusses with different numbers of panels is generalized to an arbitrary case by the induction method. Efforts found programmatically by cutting nodes. The system of symbolic mathematics Maple is used. The deflection is calculated by the Maxwell-Mohr formula.

**Keywords:** Bolman truss, Maxwell –Mohr's formula, deflection, induction, Maple

В ферме типа Больмана [1] растягивающие усилия, обычно приходящиеся на нижний пояс, передаются на стержни решетки. Известны некоторые аналитические решения о прогибе и сдвиге подвижной опоры в фермах этого типа [2-6].

Рассмотрим вариант фермы, нагруженной равномерно по верхнему поясу (рис. 1). Решение предполагается получить индуктивно, из анализа серии решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей. К ней применим индуктивный метод получения решения. Это метод

с успехом применялся при выводе формул для прогиба в плоских фермах [7-14], в фермах арочного типа [15-23] и пространственных ферм [24-32]. Метод индукции применялся и для расчета регулярных фундаментов [33].

Ферма имеет  $n$  ячеек периодичности, каждая из которых состоит из четырех раскосов, стойки и четырех стержней верхнего пояса. Некоторые стержни верхнего пояса принадлежат одновременно двум соседним панелям. Общее число стержней  $n_s = 8n + 4$ , в это число входят также три опорные. Рассмотрен случай фермы с нечетным числом панелей  $n = 2k - 1$ .

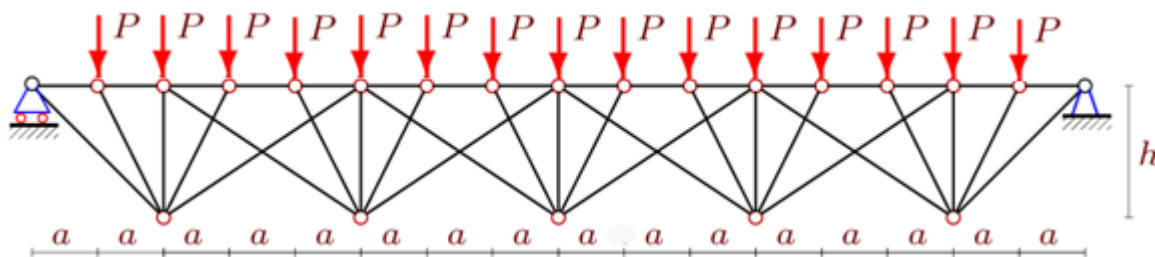


Рисунок 1— Ферма под распределенной нагрузкой,  $n = 5$

Расчет усилий в стержнях ведется в программе, написанной на языке системы символьной математики Maple [37]. Стержни и узлы нумеруются (рис. 2). Нумерация стержней начинается с верхнего пояса.

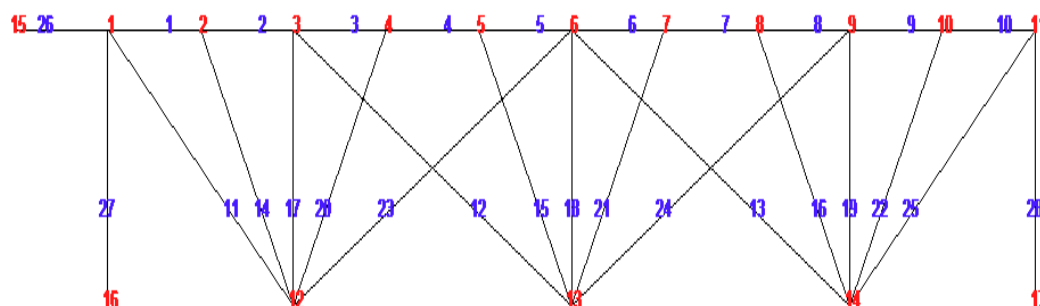


Рисунок 2— Номера стержней и узлов,  $n = 3$

Задаются координаты узлов. Начало координат принимается в опоре 1. Приведем соответствующий фрагмент программы:

```
> for i to 3*n+2 do
    x[i]:=a*i-a: y[i]:=h:
end:
> for i to n do
> x[i+3*n+2]:=3*a*i-a: y[i+3*n+2]:=0:
> end:
```

Соединения стержней кодируются векторами  $\mathbf{n}$ . Верхний пояс имеет следующие коды:

```
> for i to 3*n+1 do
> N[i]:=[i,i+1];
> end:
```

Решетка:

```
> for i to n do
> N[i+3*n+1] := [3*i-3, i+3*n+2];
> N[i+4*n+1] := [3*i-1, i+3*n+2];
> N[i+5*n+1] := [3*i, i+3*n+2];
> N[i+6*n+1] := [3*i+1, i+3*n+2];
> N[i+7*n+1] := [3*i+3, i+3*n+2];
> end:
> N[8*n+1] := [3*n+2, 4*n+2];
> N[3*n+2] := [3-2, 3*n+3];
```

Величина прогиба находится по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^{(P)} s_i l_i / (EF).$$

Обозначено:  $l_i$  — длина стержня  $i$ ,  $S_i^{(P)}$  — усилие от действия распределенной нагрузки,  $s_i$  — усилия от единичной силы в точке определения прогиба,  $EF$  — жесткость стержней. Показано, что форма решения для ферм с разным числом панелей не меняется:

$$EF\Delta_k = P \frac{A_k a^3 + D_k d^3 + F_k f^3 + H_k h^3}{12h^2}. \quad (1)$$

Необходимо вычислить коэффициенты в зависимости от числа панелей. Для коэффициента  $A_n$  получено однородное рекуррентное уравнение пятого порядка

$$A_k = 5A_{k-1} - 10A_{k-2} + 10A_{k-3} - 5A_{k-4} + A_{k-5}.$$

Его решение имеет вид:

$$A_k = 810k^4 - 1080k^3 + 360k^2 + 120k - 90.$$

Аналогично получаются и другие коэффициенты:

$$F_k = -20k^3 + 17k^2 - 22k + 10 + 15k^4$$

$$D_k = -9 + 18k$$

$$H_k = 10(3k^4 + 8k^3 + 7k^2 + 6k + 1)$$

На рисунке 3 приведены кривые зависимости (1) относительного прогиба  $\Delta' = \Delta EF / (PL)$  от числа  $k$ , характеризующего число панелей при  $L=an=5m$ .

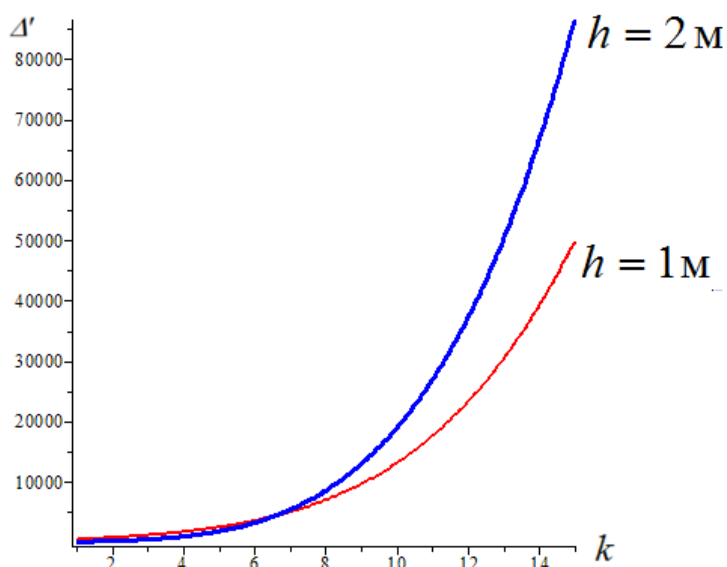


Рисунок 3 — Зависимость прогиба от числа панелей

Обзоры аналитических решений для прогиба плоских ферм на основе описанного метода и системы Maple приведены в [34-36]. Альтернативный метод получения аналитических решений задач строительной механики с использованием Maple предложен в [37-41].

### Библиографический список

1. Gordon J. E. Structures, or why things don't fall down. Penguin Books, Harmondsworth, 1978.
2. Васильченко Д.И. Формула для смещения опоры балочной фермы типа Больмана//Научный альманах.2016. № 8-1(22). С. 261-263.
3. Васильков И.Д., Кирсанов М.Н. Формулы для определения прогиба и смещения опоры фермы Больмана с произвольным числом панелей//Научный альманах. 2016. № 11-2(25). С.289-292
4. Савиных А.С. Формула для расчета смещения подвижной опоры плоской статически определимой фермы//Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 46-49.
5. Пережилова Е.Д. Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей//Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 42-45.
6. Харик С.А. Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета // Научный альманах. 2016. № 11-2(25). С. 332-334
7. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. № 7. С. 15-18.
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
9. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 3. С. 23-27.

10. Кирсанов М.Н., Горбунова А.С., Лепетюха В.А. Расчет прогиба симметричной фермы с решеткой «Star» в аналитической форме // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 36-41.
11. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly» // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
12. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels// Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92-99.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с двойными раскосами// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 105-111.
14. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме//Механизация строительства. 2017. Т. 78. № 4. С. 20-23.
15. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. № 9. С. 8-10.
16. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Т. 14. № 1. С. 64-70.
17. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42-48.
18. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
19. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5 (274). С. 9-14.
20. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. Т. 1. № 16. С. 7-11.
21. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
22. Тиньков Д.В. Расчет прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решеткой // Постулат. 2017. № 12.
23. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей// Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. № 4 (67). С. 86-94.
24. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
25. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5-8.

26. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6 (24). С. 28-34.
27. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
28. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
29. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
30. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
31. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 5 (116). С. 579-586.
32. Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2014. Т. 4. № 2 (20). С. 36-39.
33. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 3 (55). С. 3-9.
34. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33.
35. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12. С. 28.
36. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
37. Матросов А.В. Расчет балочных перекрытий численно-аналитическим методом // Журнал университета водных коммуникаций. 2012. № 1. С. 8-15.
38. Матросов А.В. Расчет гидротехнических сооружений численно-аналитическим методом // Журнал университета водных коммуникаций. 2010. № 4. С. 8-14.
39. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages // В сборнике: 2015 International Conference «Stability and Control Processes» in Memory of V.I. Zubov (SCP) 2015. С. 382-385.

- 
40. Голоскоков Д.П. Расчет плоских перекрытий в системах символьных вычислений // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 4 (32). С. 119-125.
41. Голоскоков Д.П. Моделирование напряженно-деформированного состояния упругих тел с помощью полиномов// Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2013. № 1. С. 8-14.