

Аналитический расчет прогиба балочной фермы с двойной решеткой*Арутюнян Виктория Борисовна**НИУ «МЭИ»**студент***Аннотация**

Ставится задача получения аналитической зависимости прогиба плоской статически определимой фермы от числа панелей. Усилия в стержнях определяются в символьной форме по программе, написанной на языке системы компьютерной математики Maple. Для обобщения решений на произвольное число панелей применяется метод индукции. Вычисление перемещения производится по формуле Максвелла-Мора.

Ключевые слова: ферма, решетка, формула Максвелла-Мора, прогиб, индукция, Maple

Analytical calculation of the deflection of a beam truss with a double lattice*Arutyunyan Victoria Borisovna**NRU «MPEI»**Student***Abstract**

The task is to obtain the analytical dependence of the deflection of a flat statically definable truss on the number of panels. The forces in rods are defined in symbolic form according to a program written in the language of the computer system of computer mathematics Maple. To generalize the solutions to an arbitrary number of panels, the induction method is used. The calculation of the displacement is made according to the Maxwell-More formula.

Keywords: truss, lattice, Maxwell-More formula, deflection, induction, Maple

In the truss (Fig. 1), all the rods of the lattice, except for the central and lateral, intersect two panels. The truss is statically determinable, the number of rods is $8n$, where n is the number of panels in half the span. To solve the problem, we will use the program previously used in the calculations of beam trusses with various types of gratings with an arbitrary number of panels [1-10]. There are known final formulas obtained using the same program for deriving formulas for the arch trusses [11-16] with an arbitrary number of panels, including the outwardly statically indefinable arch trusses [17-21]. In these works, the induction method and the Maple computer mathematics system [22–25] were used to generalize a number of particular solutions to an arbitrary case. More complex problems of deformation of spatial trusses by the induction method were solved in

[26–32]. The deflection of externally statically indeterminate trusses in analytical form was found in [34–36].

To enter data, it is necessary to number the rods and nodes (Fig. 2) and enter the coordinates of the nodes in the program:

```
> for i to 2*n+1 do
>   x[i]:=a*(i-1): y[i]:=0:
> od:
> for i to 2*n-1 do   x[i+1+2*n]:=a*i: y[i+1+2*n]:=h: od:
> y[2+2*n]:=h/2: y[4*n]:=h/2:
```

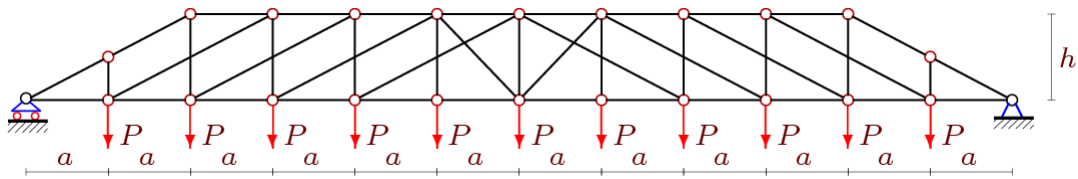


Figure 1 - Truss with load in center, $n = 5$

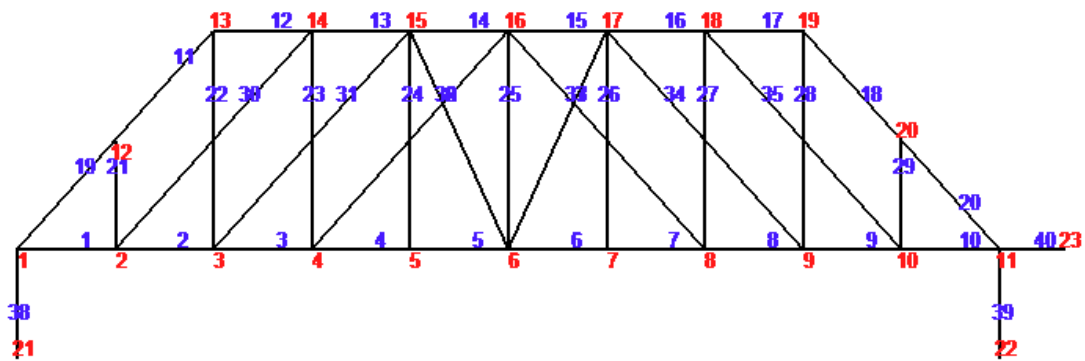


Figure 2 - Number of rods and knots

The order of connecting the rods is given by special vectors containing the numbers of the ends of the rods. Similarly, flat graphs are introduced in discrete mathematics:

```
> for i to 2*n do   N[i]:= [i, i+1]; od:
> for i to 2*n-2 do N[i+2*n]:= [i+2*n+1, i+2*n+2];   od:
>   N[4*n-1]:= [1, 2*n+2]: N[4*n]:= [4*n, 2*n+1]:
> for i to 2*n-1 do N[i+4*n]:= [i+1, i+2*n+1];       od:
> for i to n-2 do  N[i+6*n-1]:= [i+1, i+2*n+3];
>                   N[i+7*n-3]:= [i+n+2, i+3*n];
> od:
> N[8*n-4]:= [n+1, 3*n]: N[8*n-3]:= [n+1, 3*n+2]:
```

To calculate the deflection of the truss, we use the Mohr's integral:

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{M-3} S_i s_i l_i / (EF).$$

where $d = \sqrt{a^2 + h^2}$, $c = \sqrt{4a^2 + h^2}$. Denoted: EF — stiffness of the truss bars, l_i — length of the rods, S_i — forces from the unit force applied to the middle of the upper belt. Calculation of the deflection for arbitrary dimensions a, b, c, h gives the following formula

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 d^3 + C_4 h^3) / (4h^2 EF). \tag{1}$$

Operator **rgf_findrecur** from **genfunc** packet of the computer mathematic system Maple gives a simple linear homogeneous recurrence equation for coefficients

$$\begin{aligned} C_{1,n} &= 3C_{1,n-1} - C_{1,n-2} - 5C_{1,n-3} + 5C_{1,n-4} + C_{1,n-5} - 3C_{1,n-6} + C_{1,n-7}, \\ C_{2,n} &= C_{2,n-1} + 2C_{2,n-2} - 2C_{2,n-3} - C_{2,n-4} + C_{2,n-5}, \\ C_{3,n} &= 2C_{3,n-2} - C_{3,n-4}, \\ C_{4,n} &= C_{4,n-1} + 2C_{4,n-2} - 2C_{4,n-3} - C_{4,n-4} + C_{4,n-5}. \end{aligned}$$

The operator **resolve** gives the polynomial expressions

$$\begin{aligned} C_1 &= (10n^4 + 20n^2 + 6(3 + (-1)^n)n - 15 + 15(-1)^n) / 6, \\ C_2 &= (6n^2 + 2((-1)^n - 1)n + (-1)^n - 1) / 4, \\ C_3 &= n(1 - (-1)^n) / 2, \\ C_4 &= (6n^2 + 2(5(-1)^n - 1)n - 5 + 13(-1)^n) / 4. \end{aligned}$$

These expressions in conjunction with (1) and give a solution to the problem. Obviously, the solution is non-monotonous, since it contains the terms of an alternating sign.

Graphic tools Maple allow you to visualize the distribution of forces in the rods. In Figure 3, for $a = 5$ m, $b = 6$ m, compressed rods are highlighted in blue, and red are stretched. The thickness is proportional to the relative values S_k / P .

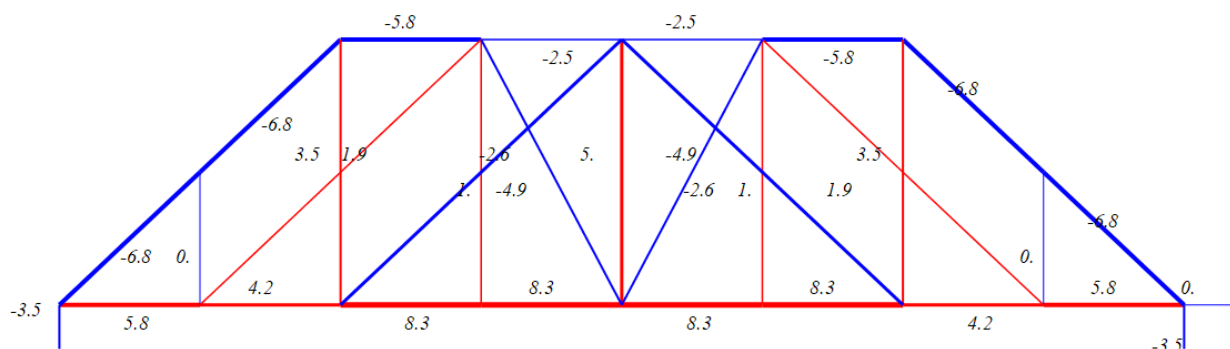


Figure 3 - Force distribution in truss rods

The lower zone, as expected, turned out to be stretched, and the top - compressed. Somewhat unexpected was the fact that the most compressed were not the rods in the middle of the upper belt, but adjacent to them.

The advantage of the solution is its accuracy and usability. With an increase in the order of complexity of the design, the efficiency of the solution only grows, since numerical solutions with an increase in the order of the system of linear equations begin to lose accuracy. This is due to the accumulation of rounding errors. Formulas can be useful for engineers in assessing the deformability of a structure and checking the accuracy of numerical solutions.

An overview of some of the solutions that use the induction method and the Maple system in the analytical calculation of flat trusses is contained in [20, 35, 37].

References

1. Kirsanov M. N., Tinkov D.V. Analytical calculation of the deflection of the lattice truss // MATEC Web of Conferences. 2018. Т. 193. С. 03015. doi.org/10.1051/mateconf/201819303015.
2. Кирсанов М.Н., Арутюнян В.Б. Аналитический расчет величины прогиба балочной фермы со сложной решеткой // Постулат. 2018. №2-1(28). С.16.
3. Кирсанов М.Н., Пахомов В.А. Аналитический расчет величины прогиба решетчатой фермы // Постулат. 2018. № 3(29). С.13.
4. Кирсанов М.Н., Заборская Н.В. Деформации периодической фермы с раскосной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 3(71). С. 61–67
5. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2017. № 11 (248). С. 32-36.
6. Кирсанов М.Н. Индуктивный вывод формул для деформаций плоской решетчатой фермы // Строительство и реконструкция. 2017. №2(70). С. 17-22.
7. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.2017. N3. С.23-27.
8. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей // Механизация строительства. 2017. № 10. С. 24-27. <http://ms.enjournal.net/article/13159/>
9. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. №4. С. 20-23. <http://ms.enjournal.net/article/12930>
- 10.Белянкин Н., Бойко А., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с усиленной треугольной решеткой // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 2 (15). С. 122-125. doi 10.12737/25106
- 11.Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей// Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. 4 (67). С. 86-94. doi: 10.18720/CUBS.67.7
- 12.Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей //Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9-14.

13. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50-55
14. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. №9. С. 8-10.
15. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels // Научный альманах. 2017. № 2-3(28). С. 268-271.
16. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. 9(36). С. 44-55.
17. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018. 14(1). С. 64-70. doi:10.22337/2587-9618-2018-14-1-64-70
18. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
19. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. 4 (67). С. 86-94. doi: 10.18720/CUBS.67.7
20. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С. 12–33.
21. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С. 579–586. doi: www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586
22. Кирсанов М.Н. Точное решение задачи о прогибе балочной фермы с произвольным числом панелей в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2017. Том 7. Выпуск 1 (22). Ст. 1. doi: 10.22227/2305-5502.2017.1.1
23. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
24. Кирсанов М.Н. Точное решение задачи о прогибе балочной фермы с произвольным числом панелей в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2017. Т. 7. № 1 (22). С. 1.
25. Belyankin N.A., Boyko A. Y., Kirsanov M.N. The derivation of the formula for arch deflection by the method of double induction in the Maple system // Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии» -GRACOS-17. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2017. С. 120-123.
26. Кирсанов М.Н. Прогиб пространственного покрытия с периодической структурой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 8(76). С. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6

27. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. Вып. 2 (101). С. 165–171
28. Доманов Е. В. Аналитическая зависимость прогиба пространственной консоли треугольного профиля от числа панелей // Научный альманах. 2016. №6-2 (19). С. 214-217. DOI: 10.17117/na.2016.06.02.214
29. Ларичев С.А. Индуктивный анализ влияния строительного подъема на жесткость пространственной балочной фермы // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 4-8.
30. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С. 579–586. doi: www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586
31. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2016. 4(64). С. 52-58. doi: 10.5862/MCE.64.5
32. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. 5(268). С.19-22.
33. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный журнал строительства и архитектуры. 2016. №1(41). С. 93-100.
34. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
35. Осадченко Н.В. Расчет прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12(26). С. 28.
36. Кирсанов М.Н., Рахматулина А.Р., Смирнова А.А. Анализ прогиба внешне статически неопределимой балочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 31-35.
37. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.