

## **Вывод зависимости прогиба плоской балочно-консольной фермы от числа панелей в системе Maple**

*Доманов Евгений Викторович*

*НИУ «МЭИ»*

*Студент*

### **Аннотация**

Статически определимая ферма равномерно загружается по узлам верхнего пояса. Консольные части имеют по одной панели. Коэффициенты формулы получаются по индукции на основе ряда решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей. Для нахождения прогиба используется формула Максвелла - Мора. Все стержни фермы имеют одинаковую жесткость. Для примера построены графики полученной немонотонной зависимости.

**Ключевые слова:** ферма, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

## **Finding the dependence of the deflection of a flat beam-cantilevered truss on the number of panels in the Maple system**

*Domanov Evgenii Viktorovich*

*NRU «MPEI»*

*Student*

### **Abstract**

A statically definable truss is uniformly loaded over the nodes of the upper belt. Console parts have one panel each. The coefficients of the formula are obtained by induction on the basis of a number of solutions for trusses with a consistently increasing number of panels. To find the deflection, the Maxwell – Mohr formula is used. All truss rods have the same stiffness. For example, graphs of the obtained non-monotonic dependence are plotted.

**Keywords:** truss, Maxwell's formula - Mora, deflection, induction, Maple

In most cases, the truss used in construction and engineering, have supports at the ends, ensuring the overlap of some workspace. However, if the same structure is slightly extended beyond the supports, the resulting console can serve, for example, to protect the walls of the building from rain or simply serve as a decorative part of the structure. This poses a separate challenge for the engineer in calculating such a design.

In this paper, the task is to derive the analytical dependence of the deflection of the cantilever structure (Fig. 1) from the number of panels. To calculate the forces, we apply the program [1]. Previously, this program was used

in a number of analytical calculations of frame and arch [2-6], lattice [7-13], externally statically indeterminate [14-16] and spatial trusses [17-22].

In the truss under consideration with  $n$  panels in half of the span the number of rods —  $n_s = 8n + 4$ , including three support rods. The number of joints (nodes) —  $m = 4n + 5$ . For these nodes, the equilibrium equations in the projections on the coordinate axis are compiled.

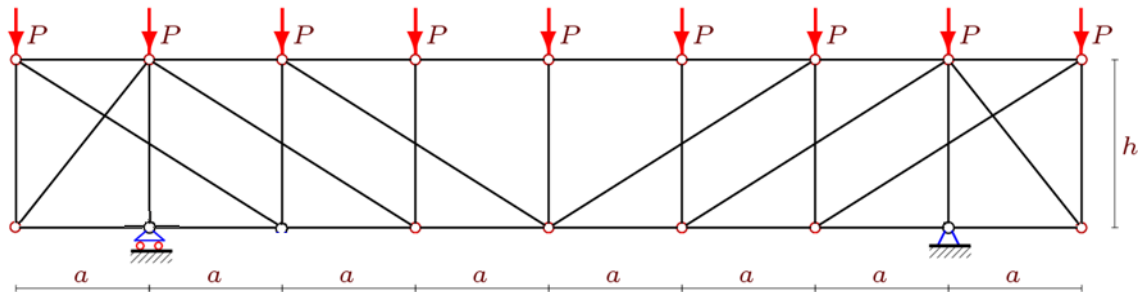


Figure 1 — Truss under load,  $n=4$ .

We take as a basis the program [1] of calculation of coefficients of this system. The program must enter the coordinates of the nodes and the order of connection of nodes and rods. The program of input of coordinates (the origin in the left support) in language of system Maple has the form

```
>for i to 2*n+1 do
  x[i]:=a*i-a: y[i]:=0:
  x[i+2*n+1]:=a*i-a:y[i+2*n+1]:=h:
od:
```

The coordinates of supporting points (fixed on the basis) are

```
x[m-2]:=-3: y[m-2]:=0:
x[m-1]:=a:y[m-1]:=-2:
x[m]:=2*n*a-a: y[m]:=-2:
end:
```

Here, the lengths of the support rods are taken arbitrary. These rods are rigid and nothing depends on their length. All actions are recorded in cycles. The structure of the joints of nodes and rods (node number at the beginning of the rod and the number at the end) for the diagonal lattice truss is somewhat more complicated than in simple beam trusses. In this case, the grid is entered by operators

```
>for i to 2*n do
  N[i]:=[i,i+1];
  N[i+2*n]:=[i+2*n+1,i+2*n+2];
end:
>for i to n-1 do
```

```

N[i+4*n] := [i+2, i+2*n+1];
N[i+5*n-1] := [i+n, i+3*n+3];
end:
N[6*n-1] := [2*n+3, 1]: N[6*n] := [4*n+1, 2*n+1]:
> for i to 2*n+1 do N[i+6*n] := [i+2*n+1, i]; end;

```

To calculate the deflection, the Maxwell – Mohr formula is used in the form of:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Here it is indicated  $S_i^{(P)}$  — forces in the rods from the given load,  $l_i$  — lengths of rods,  $S_i^{(1)}$  — forces from the unit force applied to the middle of the lower belt,  $EF$  — stiffness of the rods. Induction on ten trusses for load from above (Fig. 1) showed that the formula for deflection has the same form

$$\Delta = P(a^3 A_n + h^3 H_n + c^3 C_n + f^3 F_n) / (EFh^2), \quad (1)$$

where  $f = \sqrt{a^2 + h^2}$ ,  $c = \sqrt{4a^2 + h^2}$  and  $a = Ln / 2$ . When a common term of the coefficient at  $a^3$  sequence was found, it was necessary to analyze 12 deflection expressions and obtain the following numbers: 8, 75, 192, 517, 1032, 1975, 3328, 5409, 8200, 12099, 17088, 23645, 31752, 41967. The regularity of the formation of these numbers (the General term of the sequence) can only be found programmatically. Operator **rgf\_findrecur** from **genfunc** package of Maple to the members of the sequence of derived linear homogeneous recurrence equation of the seventh order

$$A_n = 3A_{n-1} - A_{n-2} - 5A_{n-3} + 5A_{n-4} + A_{n-5} - 3A_{n-6} + A_{n-7}.$$

With the help of the **rsolve** operator, a polynomial solution of the recurrent equation is obtained, which sets the desired formula for the coefficient at  $a^3$  in the formula (1)

$$A_n = (10n^4 - 40n^3 + 44n^2 + (22 + 30(-1)^n)n - 3(3 + (-1)^n)) / 12 \quad . \quad (2)$$

Similarly, we find that the coefficient  $H_n$  and  $C_n$  satisfies the same homogeneous equation

$$H_n = H_{n-1} + 2H_{n-2} - 2H_{n-3} - H_{n-4} + H_{n-5}$$

and have form

$$H_n = (2n^2 + (6(-1)^n + 18)n + 3(-1)^n + 5) / 8, \quad (3)$$

$$C_n = (2n^2 + 2((-1)^n - 1)n + 1 - (-1)^n) / 8 \quad . \quad (4)$$

Coefficient  $F_n$  satisfies the homogeneous equation

$$F_n = 2F_{n-2} - F_{n-4}.$$

For the coefficient  $F_n$ , the solution is as follows

$$F_n = ((1 + (-1)^n)n + (-1)^n + 1) / 2 \quad . \quad (5)$$

The curves in figure 2 are constructed for dimensionless relative deflection  $\Delta' = \Delta EF / (PL)$  at a span length of  $L=100$  m and a height of 3 to 5 m for the total load  $P = P_* / (2n + 1)$

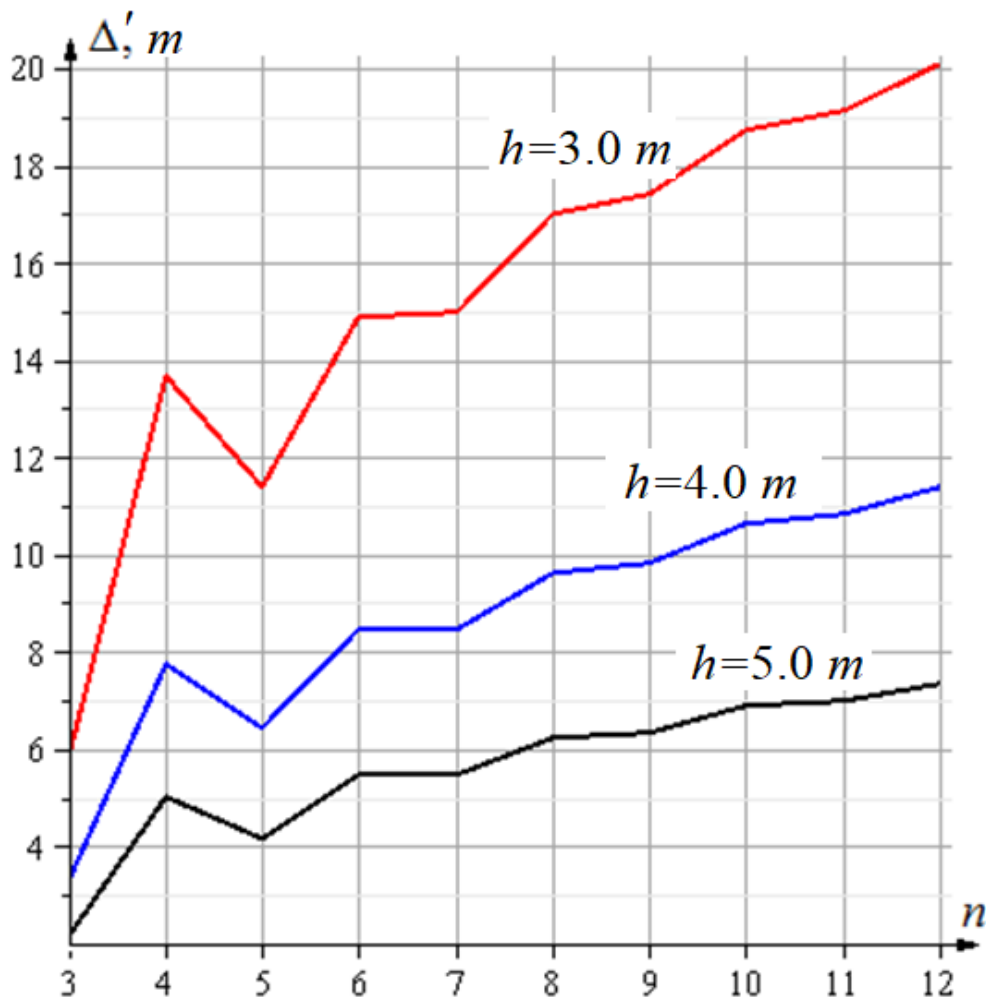


Figure 2— Dependence of deflection on the number of panels

A review of some similar works using the program [1] in flat truss deflection problems is performed in [23, 24]. In [25,26] in addition to the solution of the deflection problem, a wiring diagram of the lattice truss and an algorithm for its preparation are given. This task is important for the design of the lattice, taking into account the location of the individual rods, in which they do not experience forced bending at the intersection. The induction method is quite universal. In [27] this method solves the problem of deformation of the regular pile foundation, in [28] – the solution of deformation of the elastic suspension of the micromechanical wave solid-state gyroscope.

## References

1. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет рамы с произвольным числом

- панелей // Инженерно-строительный журнал. 2018. №6(82). С. 127–135.
3. Кирсанов М.Н. Расчетная модель плоской фермы рамного типа с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 9. С. 1184–1192. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.10.1184-1192
  4. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. 4 (67). С. 86-94. doi: 10.18720/CUBS.67.7
  5. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
  6. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5 (274). С. 9–14.
  7. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
  8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 3 (260). С. 7–12.
  9. Кирсанов М.Н., Москвин В.Г. Деформации плоской фермы с усиленной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. №4(279). С.10-14.
  10. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice. Magazine of Civil Engineering, 2017. No. 3. Pp. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7.
  11. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15–17.
  12. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type // Architecture and Engineering. 2016. Т. 1. № 3. С. 14–17.
  13. Воропай Р.А. Вывод зависимости прогиба плоской шпренгельной фермы от числа панелей // Постулат. 2017. № 11
  14. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 8 (107). С. 869–875.
  15. Kirsanov M., Astahov S. The mathematical model of dome covering industrial facility // Architecture and Engineering. 2017. Т. 2. № 2. С. 8-14.
  16. Гавриленко А.Б., Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка жесткости шпренгельной фермы // Строительство и реконструкция. 2018. 2(76). С. 11-17.
  17. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
  18. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37–43.
  19. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011.

- № 5. С. 11–15.
20. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52-58.
21. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5–8.
22. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С. 579–586. DOI: [www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586](http://www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586)
23. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
24. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33
25. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61–68.
26. Kirsanov M.N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels. Magazine of Civil Engineering // 2018. 81(5). Pp. 175–183. doi: 10.18720/MCE.81.17.
27. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 3 (55). С. 3–9.
28. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18–22.