

Статический расчет стержневой модели кронштейна для крепления реклам, уличного освещения и электронного оборудования

Орлов Игорь Викторович

НИУ «МЭИ»

Доцент

Аннотация

Рассмотрена плоская модель конструкции крепления груза над проезжей частью дороги. Конструкция представляет собой статически определимую ферму и состоит из вертикальной части (опоры) и консоли, загруженной на конце. Ставится задача вывода формулы зависимости прогиба от числа панелей. Предполагается, что стержни работают в упругой стадии, а их жесткость одинаковая. Методом индукции решения для ферм с различным числом панелей обобщается на общий случай. Преобразования выполнены в системе компьютерной математики Maple. Прогиб находится по формуле Максвелла-Мора.

Ключевые слова: ферма, консоль, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

Static calculation of the rod model bracket for fastening of advertisements, street lighting and electronic equipment

Orlov Igor Viktorovich

NRU «MPEI»

associate professor

Abstract

The planar model of a design of fastening of freight over the carriageway is considered. The structure is a statically defined truss and consists of a vertical part (support) and a console loaded at the end. The problem of derivation of the formula of the deflection dependence on the number of panels is posed. It is assumed that the rods work in the elastic stage, and their stiffness is the same. The method of induction solutions for trusses with different numbers of panels can be generalized to the General case. The transformations are performed in the Maple computer mathematics system. The deflection is based on the Maxwell - Mohr formula.

Key words: truss, the console, the formula of Maxwell - Mohr, deflection, induction, Maple

Последнее время в литературе появилось большое число работы, посвященных выводу аналитических зависимостей деформаций плоских и пространственных ферм в системе Maple. В этих работах в качестве рабочего инструмента применяется метод индукции. Расчетов же более сложных

конструкций, состоящих из сочлененных ферм, значительно меньше. В частности, нет удобных и точных формул для расчета Г-образных конструкций, часто используемых в дорожных сооружениях для крепления освещения, реклам и различных электронных устройств (указателей, камер слежения и др.). Рассмотрим конструкцию, состоящую из вертикальной фермы с m панелями в стойке и n панелями в консоли (рис. 1). Характерной особенностью фермы является крестообразная решетка.

В ферме $n_s = 4(m + n) + 8$ стержней, включая три опорные. Для определения усилий в стержнях в аналитической форме применим программу [1-4], разработанную в системе Maple, и апробированную в ряде работ [5-8] и др.

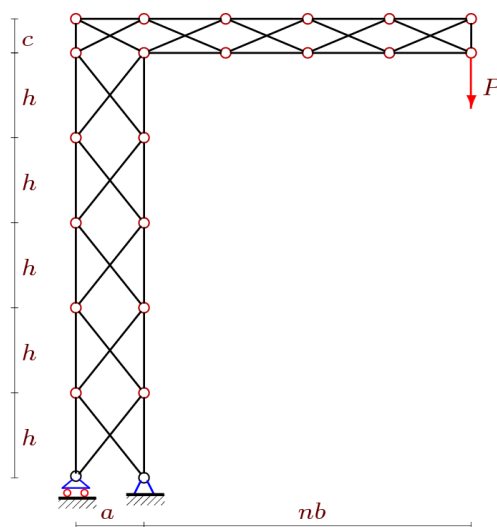


Рисунок 1— Ферма, $n = 4, m=5$

Для ввода информации о конструкции стержни и узлы нумеруются (рис. 2).

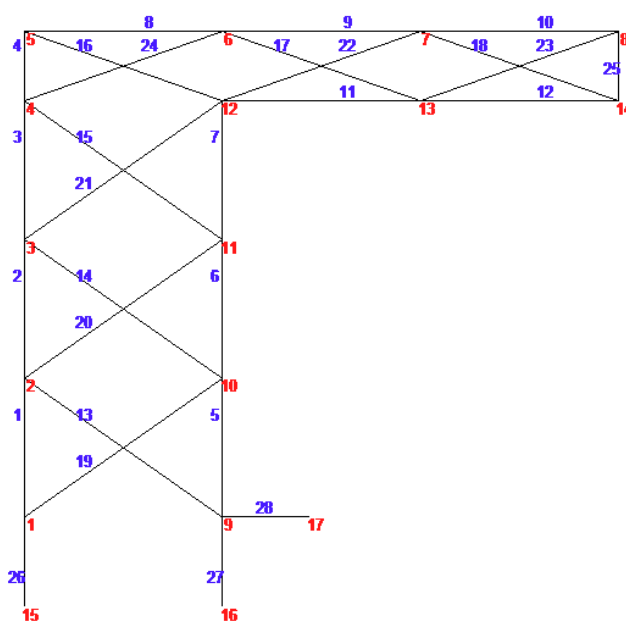


Рисунок 2— Нумерация узлов и стержней, $n = 2, m=3$

Координаты узлов вводятся для произвольных чисел n и m . На языке системы Maple это выглядит следующим образом:

```
> h1:=m*h+c;
> for i to m+1 do x[i]:=0:y[i]:=h*i-h;od:
> x[m+2]:=0:y[m+2]:=h1:
> for i to n+1 do
> x[i+m+2]:=b*i+a-b:y[i+m+2]:=h1;
> x[i+2*m+n+3]:=b*i+a-b:y[i+2*m+n+3]:=h1-c;
> od:
> for i to m do x[i+m+n+3]:=a: y[i+m+n+3]:=h*i-h; od:
```

Решение системы уравнений равновесия в матричной форме имеет простой вид

```
> G1:=1/G: # Обратная матрица
> S1:=G1.V1: # Решение системы
```

где $s1$ – вектор усилий в стрижнях фермы. Умножение матрицы на вектор в системе Maple производится «точкой».

Прогиб определяем по известной формуле Максвелла-Мора:

$$EF\Delta = P \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^2 l_i.$$

Обозначено: l_i — длина стрижня i , S_i — усилие от действия единичной силы, EF — жесткость стержней. Расчет ряда конструкций с различным числом панелей по вертикали и в консоли показал, что прогиб всегда имеет вид

$$EF\Delta = P(A_n a^3 + C_n c^3 + D_n d^3 + H_n c^2 h) / c^2. \quad (1)$$

При $m=6$ имеем следующие рекуррентные уравнения для коэффициентов искомой формулы

$$\begin{aligned} A_n &= 4A_{n-1} - 6A_{n-2} + 4A_{n-3} - A_{n-4} \\ C_n &= 2C_{n-1} - 2C_{n-3} + C_{n-4} \\ D_n &= 3D_{n-1} - 3D_{n-2} + D_{n-3} \\ H_n &= 3H_{n-1} - 3H_{n-2} + H_{n-3} \end{aligned}$$

Решения этих уравнений с помощью оператора **rsolve** системы Maple дают следующие выражения:

$$\begin{aligned} A_n &= n(n+1)(2n+1)/3, \\ C_n &= n^2 + 0,5(-1)^n + 0,5, \\ D_n &= n(n-1), \\ H_n &= 12n^2 + 12n + 6 \end{aligned}$$

Аналитический вид решения позволяет провести простейший асимптотический анализ. Имеем предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta / n^3 = 2a^3 P / (3c^2 EF).$$

Эти выражения и формула (1) дают решение поставленной задачи.

Метод, использованный для получения формулы ранее использовался для расчета решетчатых ферм [1-12], ферм арочного типа [13-18] и пространственных конструкции регулярного типа [19-28]. Аналитические решения для ферм, допускающих мгновенную изменяемость рассчитаны в работах [29-32]. Методом индукции в [33,34] выведены соотношения статики ножничных механизмов. В [35-39] получены аналитические решения для ферм типа Финка или Больмана. Расчет прогиба плоской статически определимой рамы методом индукции произведен в [40].

Обзоры работ, использующих метод индукции при расчете ферм, содержатся в [41-43].

Библиографический список

1. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. № 7. С. 15-18.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
3. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 3. С. 23-27.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «butterfly» // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
5. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. Т. 78. № 4. С. 20-23.
6. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 3 (260). С. 7-12.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. № 5. С. 11-13.
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет рамы с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. №6(82). С. 127–135.
9. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2017. № 11 (248). С. 32-36.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16-19.
11. Белянкин Н.А., Бойко А.Ю., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с усиленной треугольной решеткой //

- Строительство и архитектура. 2017. Т. 5. № 2. С. 122-125.
12. Кирсанов М.Н., Горбунова А.С., Лепетюха В.А. Расчет прогиба симметричной фермы с решеткой «Star» в аналитической форме // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 36-41.
 13. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Т. 14. № 1. С. 64-70.
 14. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42-48.
 15. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
 16. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5 (274). С. 9-14.
 17. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. Т. 1. № 16. С. 7-11.
 18. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. № 9. С. 8-10.
 19. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
 20. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5-8.
 21. Кирсанов М.Н. Анализ зависимости прогиба фермы прямоугольного покрытия от числа панелей // Строительная механика и конструкции. 2018. № 4 (19). С. 52-57.
 22. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6 (24). С. 28-34.
 23. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
 24. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
 25. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
 26. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В

- сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
27. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 5 (116). С. 579-586.
28. Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2014. Т. 4. № 2 (20). С. 36-39.
29. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3 (242). С. 48-51.
30. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 27-30.
31. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитическое решение задачи о частоте колебания груза в произвольном узле балочной фермы в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 4. Ст. 3. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.4.3.
32. Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решетчатой фермы // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 2. № 15. С. 5-10.
33. Кийко Л.К., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет подъемника параллелограммного типа с произвольным числом секций // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 3. С. 48-53.
34. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет параллелограммного механизма с произвольным числом секций // Вестник машиностроения. 2018. № 1. С. 37-39.
35. Пережилова Е.Д. Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей // Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 42-45.
36. Савиных А.С. Формула для расчета смещения подвижной опоры плоской статически определимой фермы // Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 46-49.
37. Харик С.А. Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета // Научный альманах. 2016. № 11-2(25). С. 332-334
38. Васильченко Д.И. Формула для смещения опоры балочной фермы типа Больмана // Научный альманах. 2016. N 8-1(22). С. 261-263.
39. Васильков И.Д., Кирсанов М.Н. Формулы для определения прогиба и смещения опоры фермы Больмана с произвольным числом панелей // Научный альманах. 2016. N11-2(25). С.289-292.
40. Кирсанов М.Н. Расчетная модель плоской фермы рамного типа с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 9. С.

1184–1192. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.10.1184-1192

- 41.Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. №. 1. С. 12-33.
- 42.Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12.
- 43.Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.