

Зависимость прогиба плоской балочной фермы со сложной решеткой от числа панелей в системе Maple

Воропай Руслан Александрович
ТУ Ильменау, Германия
Студент

Доманов Евгений Викторович
ТУ Ильменау, Германия
Студент

Аннотация

Статически определимая симметричная ферма равномерно загружается по узлам нижнего пояса. Треугольная решетка фермы усилена дополнительными стержнями. Искомая формула получается по индукции на основе серии решений для ферм с различным числом панелей. Усилия в стержнях находятся методом вырезания узлов в символьной форме в системе компьютерной математики Maple из решения системы линейных уравнений в матричном виде. Прогиб определяется по формуле Максвелла - Мора. Предполагается, что все стержни фермы имеют одинаковую площадь сечения и модуль упругости. Построены графики полученной зависимости для различных конфигураций фермы.

Ключевые слова: ферма, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

The dependence of the deflection of a planar beam truss with a complex lattice on the number of panels in the system Maple

Voropay Ruslan Alexandrovich
TU Ilmenau, Germany
Student

Domanov Evgenii Viktorovich
TU Ilmenau, Germany
Student

Abstract

A statically determinable symmetric truss is uniformly loaded across the nodes of the lower chord. Triangular grille truss reinforced with additional rods. The desired formula is obtained by induction on the basis of a series of solutions for the trusses with different numbers of panels. Forces in rods are found by cutting nodes in symbolic form in the Maple computer math system from solving a system of linear equations in a matrix form. Deflection is obtained by the formula of

Maxwell - Mohr. It is assumed that all rods of the truss have the same cross-sectional area and modulus of elasticity. Graphs of the obtained dependencies for various configurations of the truss are plotted.

Keywords: truss, Maxwell's formula - Mora, deflection, induction, Maple

A scheme of a statically determinate truss with a lattice containing horizontal connections is proposed (Fig. 1). The calculation of the deflection of such a system in numerical form is not particularly difficult and represents the usual task of the student course in structural mechanics. However, such solutions do not reveal functional features of the solution, which provide only analytical solutions that include such an important parameter as the number of panels. The task is to build an exact mathematical model of the studied truss and find the dependence of the mid-span deflection on all geometric and material parameters of the structure, including the number of panels. To solve the problem, we use the induction method, previously successfully applied by Professor M.N. Kirsanov and his students in problems of deflection of lattice [1-6], arched [7-14], frame [15-17] and spatial trusses [18-26]. In [27, 28], the induction method solved the problem of the oscillation of a load in the node of a flat truss.

In the truss under consideration with n panels in half of the span the number of rods — $m = 20n + 12$, including three support rods.

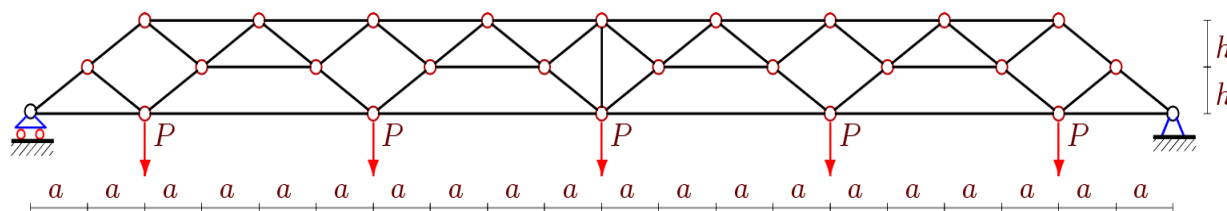


Figure 1 - Truss under load, $n=2$

The solution will be obtained on the basis of the program [29] developed for the Maple system. The input coordinates of nodes is performed in a loop for an arbitrary number of panels. We give the corresponding fragment of the program, assuming that the origin is in a movable support:

```

for i to 2*n+1 do
  x[i+1]:=4*a*i-2*a: y[i+1]:=0:end:
  x[1]:=0: y[1]:=0:
  x[2*n+3]:=x[2*n+2]+2*a:y[2*n+3]:=0:
for i to 4*n+2 do
  x[i+2*n+3]:=2*a*i-a: y[i+2*n+3]:=h: end:
for i to 4*n+1 do
x[i+6*n+5]:=2*a*i:y[i+6*n+5]:=2*h: end:

```

The coordinates of left and right supporting points (fixed on the basis) are

```

m:=20*n+12: x[m-2]:=0: y[m-2]:=-3:
x[m-1]:=x[2*n+3]: y[m-1]:=-2:
x[m]:=x[2*n+3]+3: y[m]:=0:
end:
    
```

The order of connecting rods is determined by special vectors containing the node numbers at the ends of the corresponding rods. Belt vectors have the form:

```

>for i to 2*n+2 do
  N[i]:=[i,i+1]; end:
>for i to 4*n do
  N[i+2*n+2]:=[i+6*n+5,i+6*n+6]; end:
    
```

Lattice of the truss is encoded by vectors:

```

>for i to 2*n+1 do
  N[i+6*n+2]:=[i+1,2*i+2*n+2];
  N[i+8*n+3]:=[i+1,2*i+2*n+3]; end:
>for i to 4*n+1 do
  N[i+10*n+4]:=[i+2*n+3,i+6*n+5];
  N[i+14*n+5]:=[i+2*n+4,i+6*n+5];end:
>for i to 2*n do
  N[i+18*n+6]:=[2*i+2*n+3,2*i+2*n+4];end:
N[20*n+7]:=[1,2*n+4]:
N[20*n+8]:=[2*n+3,6*n+5]:
N[20*n+9]:=[n+2,8*n+6]:
end
    
```

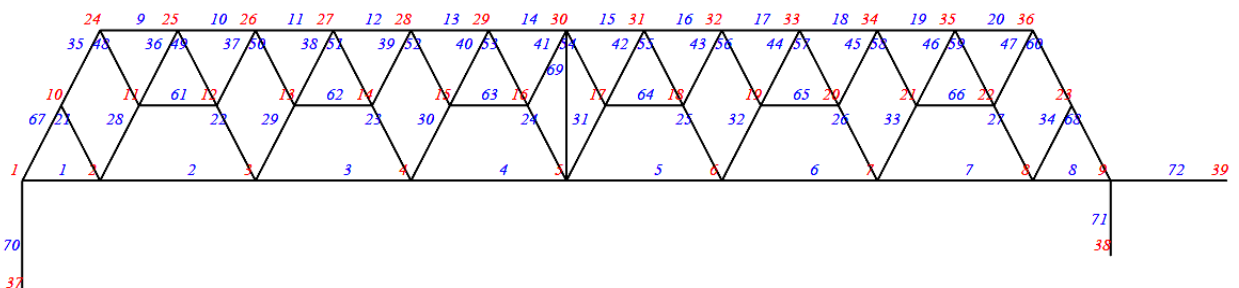


Figure 2 - The numbering of nodes and rods, $n = 3$

To calculate the deflection, the Maxwell – Mohr formula is used in the form of:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Here it is indicated $S_i^{(P)}$ — forces in the rends from the given load, l_i — lengths of rends, $S_i^{(1)}$ — forces from the unit force applied to the middle of the

lower belt, EF — stiffness of the rends. Induction on ten trusses for load from above (Fig. 1) showed that the formula for deflection has the same form

$$\Delta = P(a^3 A_n + h^3 H_n + c^3 C_n) / (EFh^2), \tag{1}$$

where $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ and $a = L / (2(2 + 4n))$. When a common term of the coefficient at a^3 sequence was found, it was necessary to analyze 10 deflection expressions and obtain the following numbers: 61, 349, 1185, 3049, 6581, 12581, 22009, 35985, 55789, 82861. The regularity of the formation of these numbers (the General term of the sequence) can only be found programmatically. Operator **rgf_findrecur** from **genfunc** package of Maple to the members of the sequence of derived linear homogeneous recurrence equation of the seventh order

$$A_n = 5A_{n-1} - 10A_{n-2} + 10A_{n-3} - 5A_{n-4} + A_{n-5}.$$

With the help of the **rsolve** operator, a polynomial solution of the recurrent equation is obtained, which sets the desired formula for the coefficient at a^3 in the formula (1)

$$A_n = (20n^4 + 40n^3 + 82n^2 + 38n + 3) / 3. \tag{2}$$

Similarly, we find that the coefficient H_n satisfies the same homogeneous equation

$$H_n = 2H_{n-1} - H_{n-2}$$

and have form

$$H_n = (2n + 1) / 2. \tag{3}$$

Coefficient C_n satisfies the homogeneous equation

$$C_n = 3C_{n-1} - 3C_{n-2} + C_{n-3}$$

For the coefficient C_n , the solution is as follows

$$C_n = 6n^2 + 4n + 1. \tag{4}$$

The curves at figure 3 are constructed for relative dimensionless deflection $\Delta' = \Delta EF / (P_* L)$ at a span length of $L = 4(1 + 2n)a = 100$ m and a height of 4 to 8 m for the total load $P_* = P(2n + 1)$

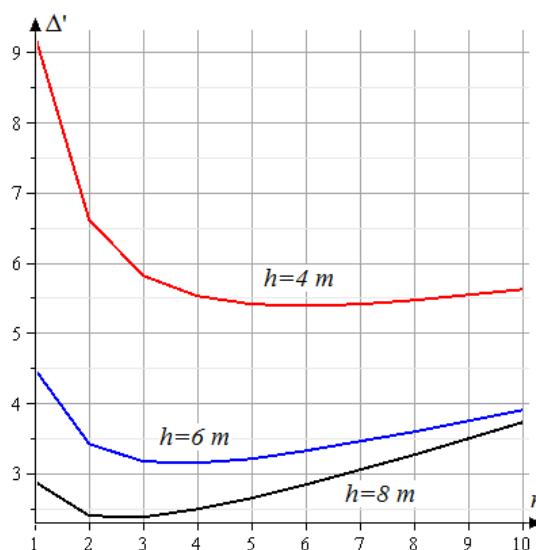


Figure 3— Dependence of deflection on the number of panels

The appearance of the curves on the graph suggests that the dependence has an inclined asymptote. Indeed, the Maple methods are easy to obtain the slope of the straight line

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n = 3h / L.$$

A review of some works that use the induction method to obtain exact solutions for problems on the deflection of planar trusses in the Maple system can be found in [30–32]. There are other, less effective and universal, but quite workable methods of obtaining exact solutions to the problem [33, 34].

References

1. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels// Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92-99.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с двойными раскосами// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 2. С. 105-111.
3. Воропай Р.А. Вывод зависимости прогиба плоской шпренгельной фермы от числа панелей // Постулат. 2017. № 11
4. Гавриленко А.Б., Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка жесткости шпренгельной фермы// Строительство и реконструкция. 2018. 2(76). С. 11-17.
5. Кирсанов М.Н. Монтажная схема решетчатой фермы с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 5(81). С. 174–182. doi: 10.18720/MCE.81.17
6. Кирсанов М.Н., Москвин В.Г. Деформации плоской фермы с усиленной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. №4(279). С.10-14.
7. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. № 9. С. 8-10.
8. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42-48.
9. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Т. 14. № 1. С. 64-70.
10. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
11. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет

- сооружений. 2017. № 5 (274). С. 9-14.
12. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. Т. 1. № 16. С. 7-11.
13. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
14. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. № 4 (67). С. 86-94.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет рамы с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 6(82). С. 127–135. doi: 10.18720/MCE.82.12
16. Кирсанов М.Н. Расчетная модель плоской фермы рамного типа с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 9. С. 1184–1192. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.10.1184-1192
17. Kirsanov M. N. Formula for the deflection of the planar hinged-pivot frame // Строительная механика и конструкции. 2018. № 2 (17). С. 67-71.
18. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
19. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5-8.
20. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6 (24). С. 28-34.
21. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
22. Кирсанов М.Н. Анализ зависимости прогиба фермы прямоугольного покрытия от числа панелей // Строительная механика и конструкции. 2018. №4(19). С. 52-57.
23. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
24. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
25. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 5 (116). С. 579-586.
26. Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2014. Т. 4. № 2 (20).

- С. 36-39.
27. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Формулы для частоты колебания груза в произвольном узле балочной фермы // Транспортное строительство. 2018. №12. С. 21-23
28. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитическое решение задачи о частоте колебания груза в произвольном узле балочной фермы в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 4. Ст. 3. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.4.3
29. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
30. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
31. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33
32. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12. С. 28.
33. Игнатьев В.А. Расчет регулярных стержневых систем. Саратов: Саратовское высшее военно-химическое военное училище, 1973.
34. Галишникова В.В., Игнатьев В.А. Регулярные стержневые системы. Теория и методы расчета. Волгоград: ВолгГАСУ, 2006.