

Исследование дискретных математических моделей, относящихся к задачам массового обслуживания

Чурсина Елена Владимировна

*педагогический институт Тихоокеанского государственного университета
студент*

Мендель Виктор Васильевич

*педагогический институт Тихоокеанского государственного университета
кандидат физико-математических наук, доцент*

Аннотация

В этой статье описываются постановка задачи массового обслуживания, классификация систем массового обслуживания, способы определения эффективности функционирования систем массового обслуживания и преимущества трамвая перед другими видами городского электрического транспорта. Приводится авторская концепция построения имитационной компьютерной модели функционирования выделенного маршрута городского электротранспорта.

Ключевые слова: задача массового обслуживания, система массового обслуживания, компьютерная модель массового обслуживания.

Investigation of discrete mathematical models related to queuing tasks

Chursina Elena Vladimirovna

*Pedagogical Institute of Pacific National University
student*

Mendel Victor Vasilyevich

*Pedagogical Institute of Pacific National University
candidate of physical and mathematical sciences, associate Professor*

Abstract

This article describes the statement of mass service, the classification of mass service, methods of determining the efficiency of mass service and the advantages of the tram over other types of city (urban) transport. The author's concept of building of a simulation computer model of the selected route of city (urban) electric transport is given.

Keywords: the task of mass service, the system of mass service, a computer model of mass service.

Одним из базовых условий для успешного ведения бизнеса является оптимизация трудозатрат и расходования ресурсов. Поэтому математические

методы оптимизации давно и успешно применяют как в управлении бизнес-процессами, так и в организации промышленного производства и торговли.

Известный датский математик, инженер и статистик Агнер Краруп Эрланг (1878-1929), исследуя процессы обслуживания на телефонных станциях, пришел к созданию теории массового обслуживания и очередей. Эрланг вывел формулу для расчета доли вызовов, получающих обслуживание на сельской телефонной станции, и рассчитал, сколько кому из абонентов придется ожидать, пока выполняются внешние вызовы. [8]

Выделяется группа задач, решение которых основано на применении дискретных методов в сочетании со стохастическими методами. Классическим примером такой задачи является проблема формирования очереди на обслуживание, так называемая задача массового обслуживания, целью решения которой является выработка рекомендаций по рациональному построению системы и рациональной организации ее работы.

Основные параметры модели

Системами массового обслуживания (далее - СМО) называют системы, в которых имеют место процессы обслуживания. Характерным для таких систем является их многократное применение в однотипных заданиях.

Для формализованного описания системы массового обслуживания, необходимо задать следующие параметры: входной поток заявок, время обслуживания, дисциплину обслуживания, количество каналов обслуживания.

Входной поток требований (заявок) не регулярный, и определяется путем выявления как вероятностного закона распределения моментов поступления требований в систему, так и количеством требований в каждом поступлении.

Время обслуживания заявки в СМО так же является случайной величиной. Наиболее распространенным законом распределения является экспоненциальный закон.

Стохастический характер входного потока требований и времени их обслуживания влечет неравномерную загрузку СМО. Таким образом, в какие-то периоды времени СМО недогружено или простаивает, а в иные формируется такое количество заявок, что они либо становятся в очередь, либо не обслуживаются.

Дисциплина обслуживания описывается правилами постановки требований в очередь и обслуживания их в системе. К основным правилам описания дисциплин обслуживания относятся: «первым пришел – первым обслуживают»; «пришел последним - обслуживают первым»; «случайный отбор заявок»; «отбор заявок по критерию приоритетности».

При этом длина очереди может быть и ограниченной, и неограниченной. В случае ограничений на длину очереди заявка, поступившая на вход СМО, получает отказ.

Каналы обслуживания представляют собой определенное число обслуживающих устройств, которые могут быть расположены параллельно и

последовательно. Операторы, продавцы, приборы, и т.п. являются каналами. При параллельном расположении каналов обслуживание производится на всех каналах одновременно по мере их освобождения. При последовательном обслуживании в системе имеется несколько разнотипных каналов, через которые каждое обслуживаемое требование должно пройти. [2].

Математическая модель процесса массового обслуживания следующая - поступив в обслуживающую систему, требование присоединяется к очереди ранее поступивших требований. Канал в соответствии с политикой дисциплины обслуживания выбирает требование из числа находящегося в очереди, с тем, чтобы приступить к его обслуживанию. После завершения процедуры обслуживания очередного требования канал приступает к обслуживанию следующего требования, если такое имеется в блоке ожидания. Цикл функционирования повторяется многократно в течение всего периода работы системы. При этом предполагается, что переход системы на обслуживание очередного требования после завершения обслуживания предыдущего требования происходит мгновенно, в случайные моменты времени.

Классификация и эффективность функционирования СМО

СМО предназначены для обслуживания потока требований (заявок), которые представляют последовательность событий, поступающих нерегулярно и в случайные моменты времени. По мнению разных авторов СМО классифицируются:

Во-первых, по характеру обслуживания СМО подразделяются на системы с ожиданием или системы с очередью. Так, система с неограниченной очередью или полнодоступная - это такая система, где заявки, поступившие в систему и будучи не принятые немедленно к обслуживанию, накапливаются в очереди. При наличии свободных каналов заявка обслуживается. Если же в момент поступления заявки все каналы заняты, то очередная заявка будет обслужена после завершения обслуживания предыдущей. Существуют системы с автономным обслуживанием, когда обслуживание начинается в определенные моменты времени; системы с ограниченной очередью; системы с отказами, в которой все заявки, прибывшие в момент обслуживания заявки, получают отказ; а также системы с групповым входным потоком и групповым обслуживанием, в которых заявки поступают группами в моменты времени, и их обслуживание также происходит группами.[1]

Во-вторых, по количеству каналов обслуживания СМО бывают одноканальными и многоканальными. В последних обслуживание очередной заявки может начаться до окончания обслуживания предыдущей заявки, при этом каждый канал действует как самостоятельное обслуживающее устройство.[4]

В-третьих, по кругу обслуживаемых объектов СМО делятся на открытые и замкнутые. Замкнутая система массового обслуживания - это

такая, в которой обслуженные требования могут возвращаться в систему и вновь поступать на обслуживание. [5]

В-четвертых, по количеству этапов обслуживания на однофазные и многофазные СМО. Однофазные - это однородные системы, выполняющие одну и ту же операцию по обслуживанию, в отличие от многофазных, в которых каналы обслуживания расположены последовательно и выполняют различные операции обслуживания. [3]

Решением задачи массового обслуживания является построение такой модели, которая связывает заданные условия работы, а именно каналы, их производительность, характер потока заявок и т.п. с показателями эффективности системы, которая характеризуется способностью справляться с потоком заявок. В качестве показателей эффективности функционирования СМО рассматриваются две основные группы показателей.

Во-первых, показатели эффективности использования СМО такие, как абсолютная пропускная способность СМО - среднее число заявок, которое может обслужить СМО в единицу времени; относительная пропускная способность СМО – отношение среднего числа заявок, обслуживаемых СМО в единицу времени, к среднему числу поступивших заявок за это время; средняя продолжительность периода занятости СМО; коэффициент использования СМО - средняя доля времени, в течение которого СМО занята обслуживанием заявок.[7]

Во-вторых, такие показатели качества обслуживания заявок системой, как среднее время ожидания заявки в очереди и среднее время пребывания заявки в СМО; вероятность отказа заявке в обслуживании без ожидания; вероятность того, что поступившая заявка немедленно будет принята к обслуживанию; законы распределения времени ожидания заявки в очереди и распределения времени пребывания заявки в СМО; средние числа заявок, находящихся в очереди и заявок, находящихся в СМО.[6]

Основные элементы модели для выделенного маршрута

Одним из актуальных применений модели СМО на практике является исследование эффективности городского электрического транспорта.

Основными элементами модели для выделенного маршрута являются транспортные единицы, задействованные в перевозке пассажиров и остановки общественного транспорта, на которых происходит накопление, посадка и высадка пассажиров.

Прирост численности пассажиров на остановке является стохастическим параметром, зависящим от местонахождения остановки, продолжительности ожидания, времени суток, погодных условий и некоторых других внешних параметров.

В процессе имитационного моделирования указанный параметр вычисляется с использованием генератора случайных чисел. Сгенерированные случайные числа обрабатываются с помощью статических и динамических (зависящих от времени суток) корректирующих коэффициентов.

Например, в текущий временной интервал суток на остановке А средняя численность прироста пассажиров за единицу времени равна 5 человек, плюс-минус 1. Для конкретного вычисления прироста генерируется случайное число в интервале $[0,1]$. Если это число меньше $1/3$, то выбирается значение 4, если больше $2/3$ - значение 6, в остальных случаях значение равно 5.

В том случае если в текущий временной интервал имеют место неблагоприятные погодные условия, прирост пассажиров увеличивается в k -раз.

Если время ожидания пассажира на остановке превышает некоторый параметр, то начинает работать фактор отказа от поездки, который определяет количество пассажиров, отказавшихся от поездки за единицу времени.

Количество пассажиров, покидающих транспортное средство на очередной остановке, также стохастический параметр, зависящий от местоположения остановки, времени суток и других внешних параметров.

Схема функционирования модели

Инициализация (запуск) работы модели может осуществляться двумя способами: последовательный выход трамваев на линию из парка или предварительно расставленные по маршруту трамваи с известным числом пассажиров и с некоторым стартовым числом ожидающих на остановках. Последний способ удобен, если в процессе моделирования предполагается существенное изменение условий функционирования, например - задержка транспорта из-за ДТП или изменение погодных условий (сильный дождь).

За каждый дискретный такт работы модели происходит пересчет числовых параметров по количеству пассажиров, находящихся в трамвае и пассажиров, ожидающих на остановке. Пересчет осуществляется стохастически, на основе работы генератора случайных чисел и индивидуальных параметров и коэффициентов для каждой остановки в зависимости от времени суток, погодных условий и т.п. Наборы индивидуальных параметров могут быть заданы специальными "картами", реализующими конкретные схемы организации перевозок, загруженность транспорта и т.п.

В процессе моделирования вычисляются зависящие от времени выходные параметры, характеризующие эффективность работы системы. Как минимум, этими параметрами являются пассажирооборот, производительность одного транспортного средства в течение смены, производительность в пассажирокилометрах, себестоимость перевозок.

С помощью данной модели предполагается исследовать эффективность различных реальных схем расписания движения электротранспорта по выделенному маршруту и инновационных подходов к организации движения транспорта (например - "тактовое расписание").

Библиографический список

1. Гнеденко Б.В. Беседы о теории массового обслуживания / Б.В. Гнеденко. - М.: Либроком, 2010. - 433 с.
2. Карташевский В.Г. Основы теории массового обслуживания / В.Г. Карташевский. - М.: Радио и связь, 2006. - 108 с.
3. Кениг Д. Методы теории массового обслуживания / Д. Кениг, Д. Штойян. - Москва: Мир, 1981. - 128 с.
4. Кирпичников А.П. Прикладная теория массового обслуживания / А.П. Кирпичников. - М.: Изд-во Казанского университета, 2008. - 118 с.
5. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории массового обслуживания / Л.А. Овчаров. - М.: Машиностроение, 1992. - 324 с.
6. Уолрэнд Дж. Введение в теорию сетей массового обслуживания / Дж. Уолрэнд. - М.: Мир, 1993. - 336 с.
7. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания / А.Я. Хинчин. - М.: Либроком, 2010. - 240 с.
8. Brockmeyer, E., Halstrøm, H. L., Jensen, A. The life and works of A.K. Erlang (англ.) // Transactions of the Danish Academy of Mathematical Sciences. - Copenhagen, 1948. - No. 2.