УДК 372.851

Возможности программы MS Excel для электротехнических расчетов

Жунусакунова Айжаркын Данияровна
Нарынский государственный университет им. С.Нааматова
Преподаватель
Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема
магистрант

Аннотация
В статье проанализированы возможности программы Excel для электротехнических расчетов, сводящихся к решению системы линейных алгебраических уравнений. Рассмотрены два способа решения типовой расчетной задачи на постоянный ток (методом Крамера и методом обратной матрицы).
Ключевые слова: система линейных алгебраических уравнений, определитель матрицы, обратная матрица, метод Крамера.

The capabilities of the Microsoft Excel program for electrical calculations

Zhunusakunova Aijarkyn Daniyarovna
Naryn State University named after S. Naamatov
Lector
Sholom-Aleichem Priamursky State University
master's student

Abstract
The article analyzes the possibilities of the program in Excel for electrical calculations reduced to solving a system of linear algebraic equations. Two methods of solving a typical direct current calculation problem (using the Kramer method and the inverse matrix method) are considered.
Keywords: system of linear algebraic equations, matrix determinant, inverse matrix, Kramer method.

Фундамент математического образования в высшей школе составляют три основных раздела математики: линейная алгебра, аналитическая геометрия и математический анализ. Первый раздел является одним из старейших разделов математики. Основная его задачей считается задача о решении линейного алгебраического уравнения $ax + b = 0$, которое дало название всему разделу, и которая наиболее часто встречаются в инженерных вычислениях.

Для решения систем линейных уравнений, где число уравнений совпадает с числом неизвестных, оказалось удобным использовать понятие определителя. В тех случаях, когда число уравнений и число неизвестных не совпадают, оказалось удобным использовать теорию матриц.

Пусть дана система n линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с n неизвестными:

$$\begin{cases} a_1^1x^1 + \cdots + a_n^1x^n = b^1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ a_1^nx^1 + \cdots + a_n^nx^n = b^n \end{cases} \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_j^i x^j = b^i, \qquad i = \overline{1,n}. \tag{1.2}$$

Число уравнений этой системы совпадает с числом неизвестных. Составим определитель этой системы, называемый главным определителем:

$$D = \begin{vmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \ldots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \ldots & a_n^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_1^n & a_2^n & \ldots & a_n^n \end{vmatrix}. \tag{1.3}$$

Этот определитель можно разложить по элементам первого столбца:
$D = a_1^1A_1^1 + a_1^2A_1^2 + \cdots + a_1^nA_1^n.$

Напомним, что сумма произведений всех элементов какой-либо строки (столбца) определителя на алгебраические дополнения соответствующих элементов другой строки (столбца) равна нулю. Например,
$a_1^1A_2^1 + a_1^2A_2^2 + \ldots + a_1^nA_2^n = 0.$

Если определитель системы (1.1) отличен от нуля, т.е. $D = det\ A \neq 0$ то эта система имеет единственное решение, которое находится по формулам

$$x_j = \frac{D_j}{D},\ j = \overline{1,n},$$

где Dj – определитель, полученный из D заменой его $j-го$ столбца столбцом

свободных членов.

В общем случае при произвольном j умножаем первое слагаемое системы

(1.1) на A_j^1, второе на A_j^2, , . . . , n-$е$ на A_j^n, складываем эти уравнения и на основании

свойств определителя получим.

$$x^j \sum_{j=1}^{n} a_j^i A_j^i = \sum_{i=1}^{n} b^i A_j^i,$$

т.есть $x^jD = D_j, где$

$$D_j = \begin{vmatrix} a_1^1 & \dots & a_{j-1}^1 & b^1 & a_{j+1}^1 & \dots & a_n^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^n & \dots & a_{j-1}^n & b^n & a_{j+1}^n & \dots & a_n^n \end{vmatrix}$$

откуда получим формулы (1.4):

$x^j = \dfrac{D_j}{D}$, называемый формулами Крамера.

В качестве примера типового расчета [4] рассмотрим разветвленную электрическую цепь постоянного тока, схема которой приведена на рисунке 1.

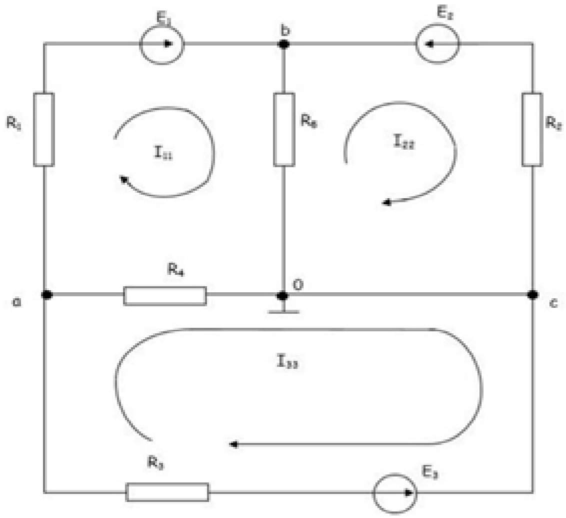


Рис. 1.

На рис. 1 дана схема и известны сопротивления (R) резисторов и (E) ЭДС источников. Требуется найти токи в ветвях. R_1 = 2 Ом; R_2 = 1 Ом; R_4 = 6 Ом; $R_5 = R_3$ = 4 Ом. E_1 = 9 В; E_2 = 2 В; E_3 = 1 В. I_{11}, I_{22}, I_{33} – ? По методу контурных токов составим уравнения.

1. По методу контурных токов составим уравнения. 1. Ток I_{11} проходит через резисторы R_1, R_4 и R_5. Направление E_1 совпадает с направлением тока I_{11} знак «+». Через резистор R_5 проходит ток I_{22} в обратном направлении, так же через резистор R4 проходит ток I_{33} тоже в обратном направлении, значит первое уравнение будет таким:

$$I_{11}(R_1+R_4+R_5) - I_{22}R_5 - I_{33}R_4 = E_1$$

2. Ток I_{22} проходит через резисторы R_2 и R_5. Направление E_2 противоположно направлению тока I_{22}, значит E_2 со знаком «минус». Через резистор R_5 проходит ток I_{11} в обратном направлении, уравнение будет таким:

$$I_{22}(R_2 + R_5) - I_{11}R_5 = -E_2$$

3. Ток I_{33} проходит через резисторы R_3 и R_4. Направление E3 противоположно направлению тока I_{22}, значит E_3 со знаком «-». Через

резистор R_5 проходит ток I_{11} в обратном направлении, уравнение будет таким:

$$I_{33}(R_3+R_4) - I_{11}R_4 = -E_3$$

Остается составить из этих уравнений систему и решить ее.

$$\begin{cases} I_{11}(R_1+R_4+R_5) - I_{22}R_5 - I_{33}R_4 = E_1 \\ I_{22}(R_2+R_5) - I_{11}R_5 = -E_2 \\ I_{33}(R_3+R_4) - I_{11}R_4 = -E_3 \end{cases},$$

где *E*-источники питания, *R*-сопротивление, *I*-искомые токи.

Представим систему в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} R_1+R_4+R_5 & R_5 & R_4 \\ R_2+R_5 & R_5 & 0 \\ R_3+R_4 & R_4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ -E_2 \\ -E_3 \end{pmatrix}$$

Подставляя исходные значения и найдем определитель, обозначив ее K:

$$\Delta K = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 0 \\ 10 & 6 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 12 \cdot 4 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \cdot 10 + 6 \cdot 5 \cdot 6 - 6 \cdot 4 \cdot 10 - 12 \cdot 0 \cdot 6 - 4 \cdot 5 \cdot 0 = -60$$

$$E = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Чтобы найти I_{ij}, заменим первый нужный столбец определителя Δ на столбец E:

$$\Delta I_{11} = \begin{vmatrix} 9 & 4 & 6 \\ -2 & 4 & 0 \\ -1 & 6 & 0 \end{vmatrix} = -48,$$

$$\Delta I_{22} = \begin{vmatrix} 12 & 9 & 6 \\ 5 & -2 & 0 \\ 10 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -90,$$

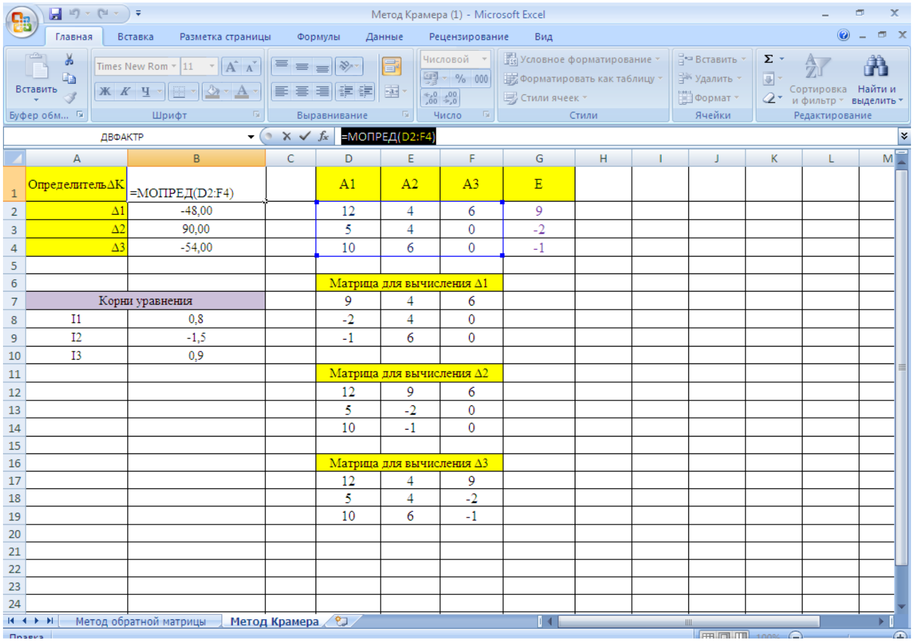
$$\Delta I_{33} = \begin{vmatrix} 12 & 4 & 9 \\ 5 & 4 & -2 \\ 10 & 6 & -1 \end{vmatrix} = -54$$

Поделив определитель ΔI_{ij} на определитель матрицы ΔK, находим контурные токи:

$$I_{11} = \frac{\Delta K}{\Delta} = \frac{-48}{-60} = 0{,}8A,\ I_{22} = \frac{\Delta K}{\Delta} = \frac{90}{-60} = -1{,}5A,\ I_{33} = \frac{\Delta K}{\Delta} = \frac{-54}{-60} = 0{,}9A.$$

Далее рассмотрим возможности табличного процессора Microsoft Excel для электротехнических расчетов, сводящихся к решению системы линейных алгебраических уравнений.

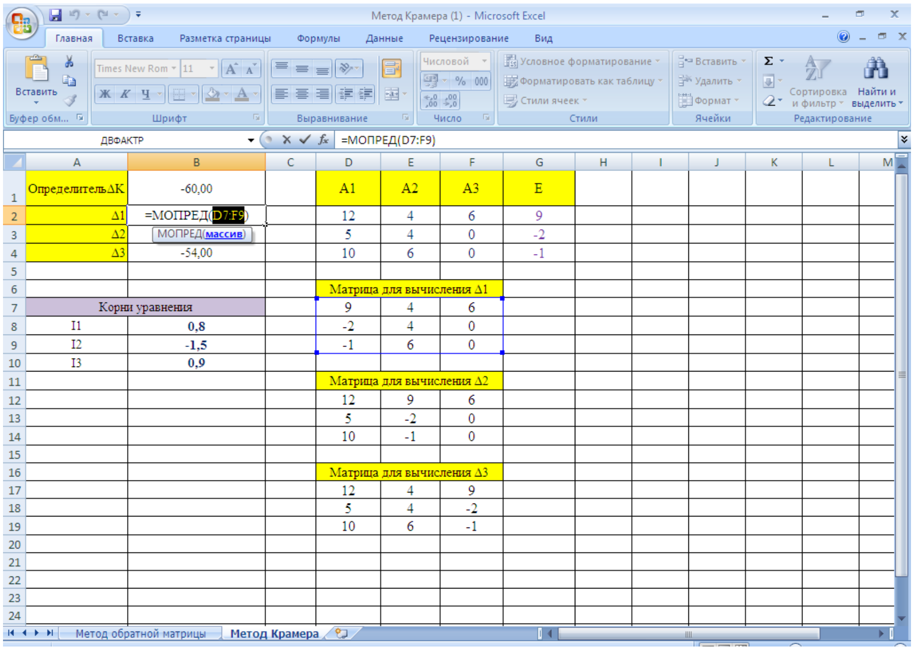
Вычисление определителей производится с помощью функции МОПРЕД, возвращающей определитель квадратной матрицы:



	A	B	C	D	E	F	G
1	ОпределительΔK	=МОПРЕД(D2:F4)		A1	A2	A3	E
2	Δ1	-48,00		12	4	6	9
3	Δ2	90,00		5	4	0	-2
4	Δ3	-54,00		10	6	0	-1
5							
6				Матрица для вычисления Δ1			
7	Корни уравнения			9	4	6	
8	I1	0,8		-2	4	0	
9	I2	-1,5		-1	6	0	
10	I3	0,9					
11				Матрица для вычисления Δ2			
12				12	9	6	
13				5	-2	0	
14				10	-1	0	
15							
16				Матрица для вычисления Δ3			
17				12	4	9	
18				5	4	-2	
19				10	6	-1	

Рис.2 Использования функции МОПРЕД (определителя матрицы системы)

Используя функции *МОПРЕД(D2:A4)*, находим определителя системы ΔК и определителей Δ1,Δ2,Δ3 (рис.3).



	A	B	C	D	E	F	G
1	ОпределительΔK	-60,00		A1	A2	A3	E
2	Δ1	=МОПРЕД(D7:F9)		12	4	6	9
3	Δ2			5	4	0	-2
4	Δ3	-54,00		10	6	0	-1
5							
6				Матрица для вычисления Δ1			
7	Корни уравнения			9	4	6	
8	I1	**0,8**		-2	4	0	
9	I2	**-1,5**		-1	6	0	
10	I3	**0,9**					
11				Матрица для вычисления Δ2			
12				12	9	6	
13				5	-2	0	
14				10	-1	0	
15							
16				Матрица для вычисления Δ3			
17				12	4	9	
18				5	4	-2	
19				10	6	-1	

Рис. 3. Использования функции МОПРЕД (определителя матрицы Δ1,Δ2,Δ3)

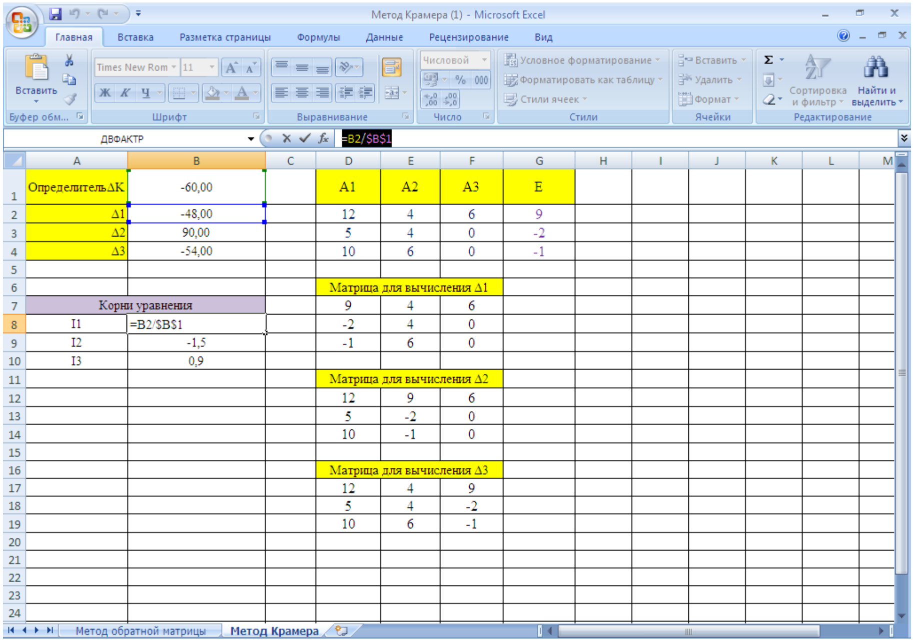


Рис.4 Нахождения контурных токов I1,I2,I3

Значения контурных токов как видно из рис. 5 совпадают с ранее полученными вычислениями.

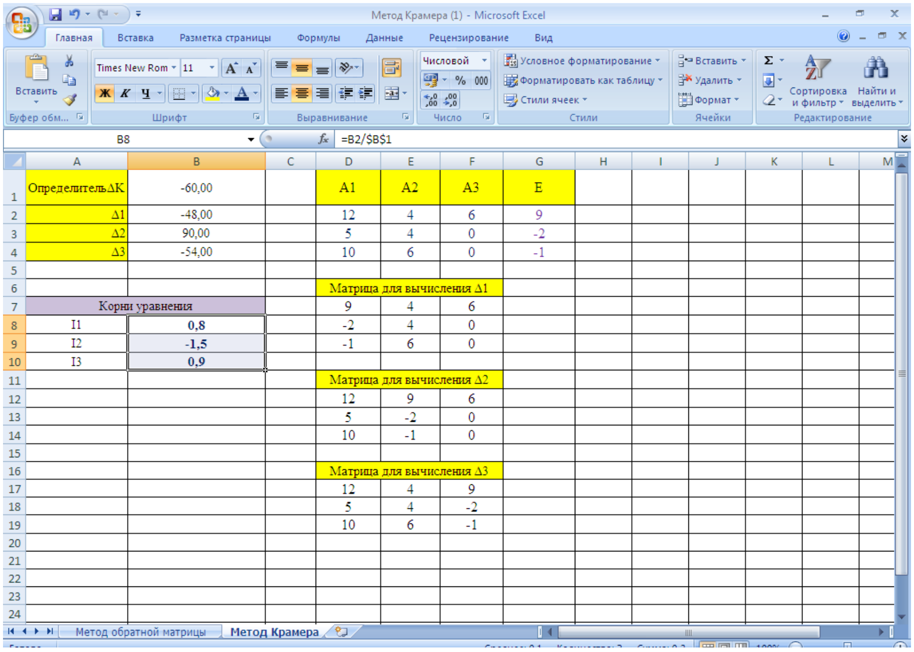


Рис.5 Значения контурных токов

Первый путь – решение системы линейных алгебраических уравнений описанным выше способом методом Крамера.

Предлагаем второй путь решения методом обратной матрицы. Пример решение системы найдем с помощью обратной матрицы по формуле $I = [M]^{-1}E$, где $[M]^{-1}$ – обратная матрица системы, где [M] – матрица системы; I – вектор искомых токов; E – вектор свободных членов. Рассмотрим нахождение элементов вектора токов при помощи программы MS Excel. Для этого используем функции МОБР и МУМНОЖ.

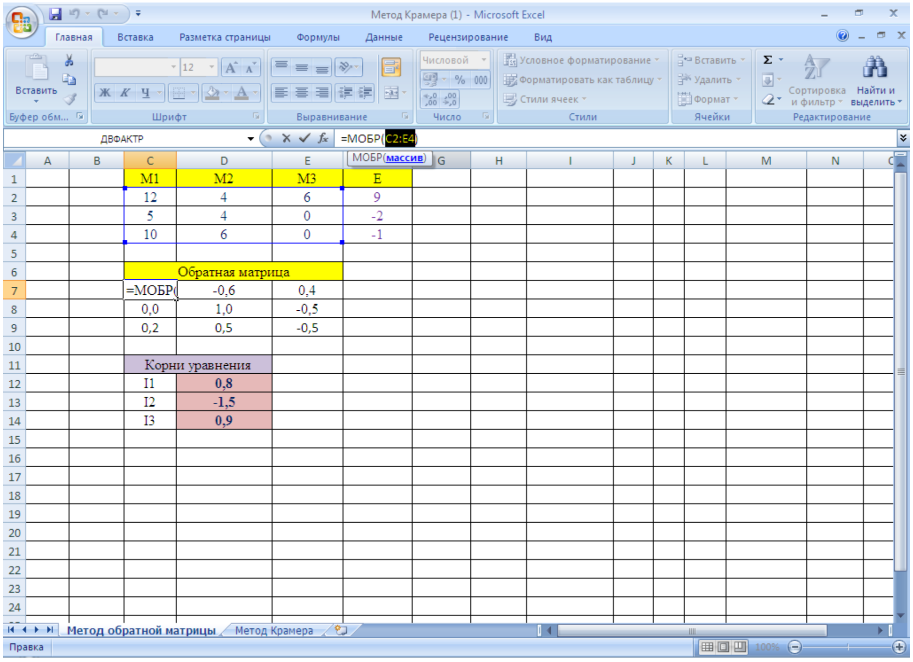


Рис.6 Использования функции МОБР (вычисления обратной матрицы)

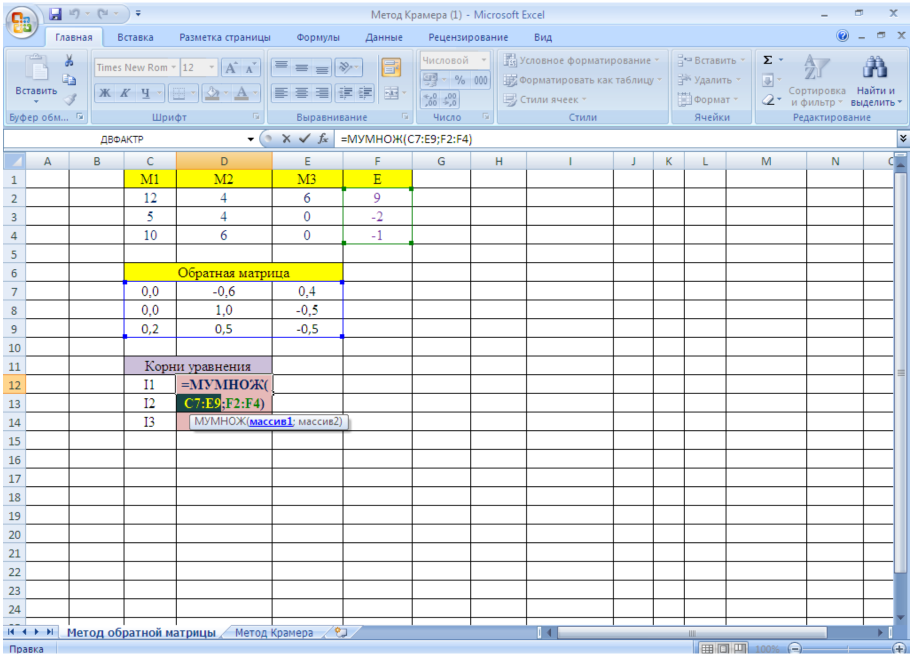


Рис.7 Использования функции МУМНОЖ (матричное произведение двух массивов)

Это произведение представляет собой вектор тока I, являющийся решением исходной системы уравнений, причем в ячейке D12 находится значение тока *I*1, в ячейке D13 – значение тока *I*2 и т.д.

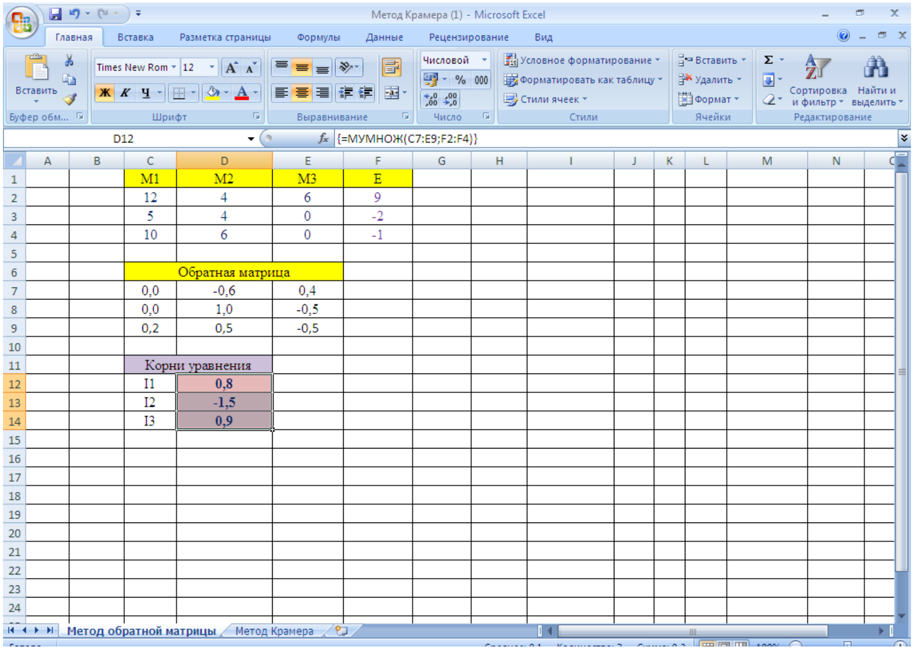


Рис.8 Значения контурных токов

Таким образом, при расчете достаточно более сложной цепи при применении возможностей программы MS Excel сводится практически к составлению системы уравнений.

Библиографический список

1. В. Н. Задорожный, Зальмеж В. Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А. В. Высшая математика для технических университетов. Линейная алгебра: Учебное пособие. Томск: Изд-во ТПУ, 2009. 310 с.
2. Потапочкина М.И. Численные методы в электротехнических расчетах // Вопр. соврем. науки и практики. Ун-т им. В.И. Вернадского. 2011. №3 (34). С.141–145. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=16836804
3. Пономарев, Т.А. Решения одной из задач электротехники в MS Excel // Межд.научн.тех. конф.молодых ученных БГТУ им. В.Г.Шухова. 2017. С. 4464-4467. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35108653
4. Мелешко, И.А. Применения метода Крамера в электротехнике. URL: https://www.volpi.ru/files/science/science_conference/15_mnpk_2019/15_mnpk_2019_materials.pdf