УДК 004.94

Расчет средней взаимной информации и автокорреляционной функции для временных рядов в среде Wolfram Mathematica

Самсонов Григорий Александрович
Сахалинский государственный университет
студент

Осипов Геннадий Сергеевич
Сахалинский государственный университет
д.т.н., заведующий кафедрой Информатики

Аннотация
Приведены математические основы корреляционного и энтропийного анализа временных рядов. Разработано программное обеспечение расчета автокорреляционной функции и средней взаимной информации в среде пакета символьной математики *Wolfram Mathematica*. Проведена практическая апробация функций на примере исследования характеристик реального финансового временного ряда.
Ключевые слова: временной ряд, взаимная информация, автокорреляция

Calculating the average mutual information and autocorrelation function for time series in Wolfram Mathematica

Samsonov Grigory Aleksandrovich
Sakhalin State University
student

Osipov Gennady Sergeevich
Sakhalin State University
Doctor of technical Sciences, Head of the Department of Computer Science

Abstract
Mathematical bases of correlation and entropy analysis of time series are given. Software for calculating the autocorrelation function and the average mutual information in the environment of the Wolfram Mathematica symbolic mathematics package has been developed. Practical testing of functions is carried out on the example of studying the characteristics of a real financial time series
Keywords: time series, mutual information, autocorrelation

Введение

Современный этап развития теории и методологии исследования больших массивов информации характеризуется взаимопроникновением смежных фундаментальных исследований с целью обеспечения

синергетического эффекта самоорганизации систем обработки данных и синтеза баз знаний для поддержки принятия управленческих решений

Особой сложностью формализации, изучения и извлечения знаний из полученных данных обладают временные ряды, представляющие собой результаты исследования наблюдаемой трудно формализуемой системы, обладающей долговременной память и потенциально хаотичной.

В настоящее время для исследования больших данных активно применяются современные аналитические платформы, позволяющие проводить не только числовую обработку информации, но и решать задачи символьного анализа.

Поэтому целью настоящего исследования является практическая отработка методологии корреляционного и энтропийного анализ временных рядов в среде современной аналитической платформы *Wolfram Mathematica*.

Математические основы

Взаимная информация $I(X,Y)$ величин *X* и *Y* определяется по одной из формул (см. рисунок 1):

$$\begin{bmatrix} I(X,Y)=I(Y,X)=H(X)-H(X/Y), \\ I(X,Y)=H(Y)-H(Y/X), \\ I(X,Y)=H(X)+H(Y)-H(X,Y). \end{bmatrix},$$

где $H(\circ)$ – соответствующие энтропии [1].

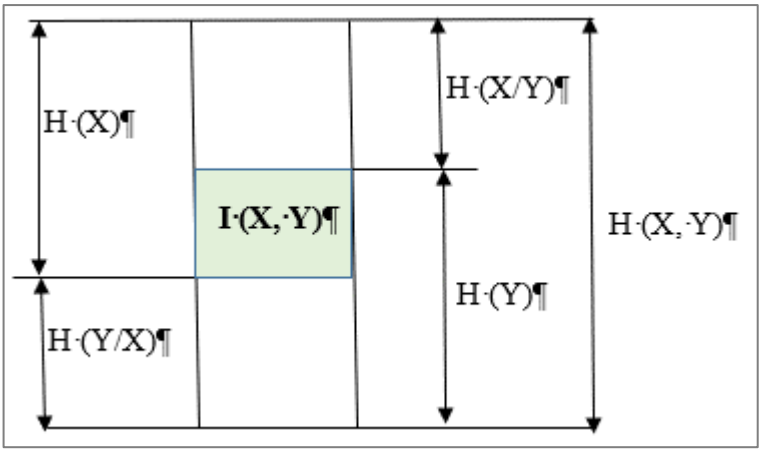

Рис. 1 Схема расчета взаимной информации

Взаимная информация определяет в среднем какое количество информации содержит сообщение *X* о сообщении *Y* (или наоборот).

Автокорреляционная функция $K(\tau)=\mathrm{M}\left(X(t)X(t-\tau)\right)$ позволяет исследовать временной ряд на периодичность.

Программная реализация

В качестве программного средства для решения задачи выбрана система компьютерной алгебры *Wolfram Mathematica* [2], которая является одной из наиболее развитых систем символьной математики.

На рисунке 2 приведен текст функции AMI для вычисления величины средней взаимной информации.

```
AMI[lag_, ts_] :=
 Module[{ts1 = Drop[ts, -lag], ts2 = Drop[ts, lag],
   n = Length[ts] - lag},
  Module[{ts12 = Table[{ts1[[i]], ts2[[i]]}, {i, n}]},
   Entropy[ts1] + Entropy[ts2] - Entropy[ts12]
  ]
 ]
```

Рис. 2. Функция AMI

Расчет автокорреляционной функции осуществляется с помощью функции AF, текст которой представлен на рисунке 3.

```
AF[lag_, ts_] :=
 Module[{ts1 = Drop[ts, -lag], ts2 = Drop[ts, lag], n = Length[ts] - lag},
  Module[{m1 = Mean[ts1], m2 = Mean[ts2]},
   Sum[(ts1[[i]] - m1) * (ts2[[i]] - m2), {i, n}] /
    Sqrt[Sum[(ts1[[i]] - m1)^2, {i, n}] *
      Sum[(ts2[[i]] - m2)^2, {i, n}]
    ]
  ]
]
```

Рис. 3. Функция AF

Практическая апробация

Исследуется финансовый временной ряд (см. рисунок 4) – котировки акций одного из эмитентов на фондовом рынке Московской Биржи.

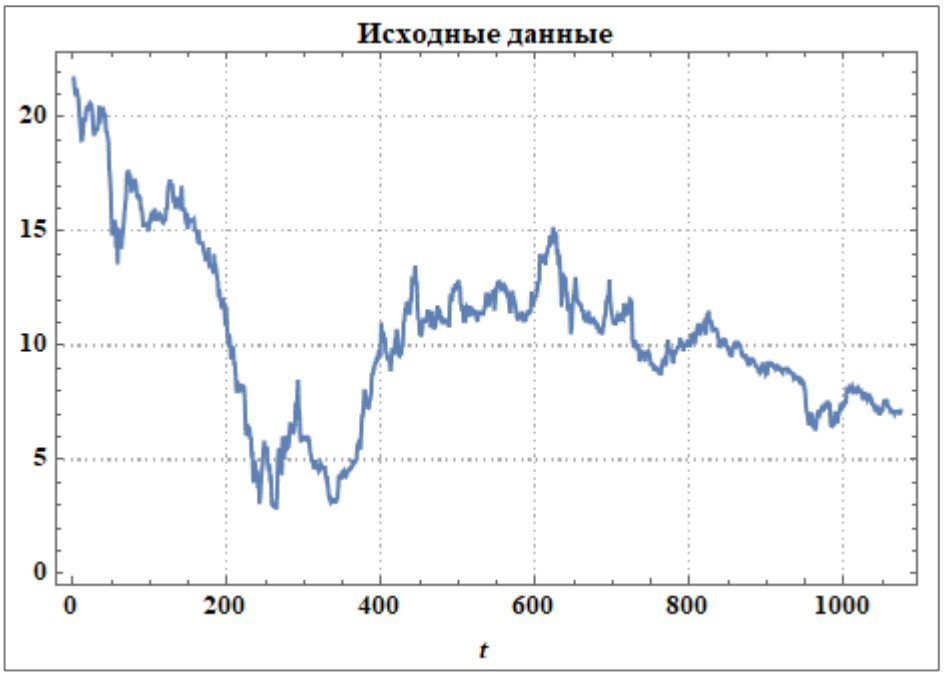

Рис. 4. График временного ряда

Анализ автокорреляционной функции, график которой представлен на рисунке 5, позволяет сделать вывод о существенной зависимости близких по дате значений котировок.

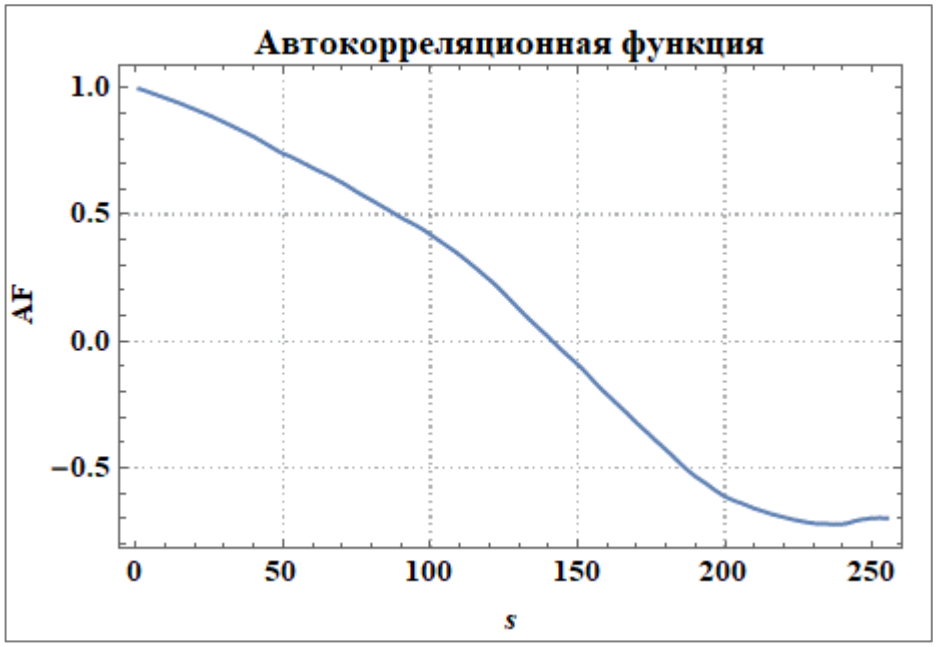

Рис. 5. График автокорреляционной функции

На рисунке 6 приведен график функции средней взаимной информации, которая имеет тенденцию к убыванию при увеличении аргумента.

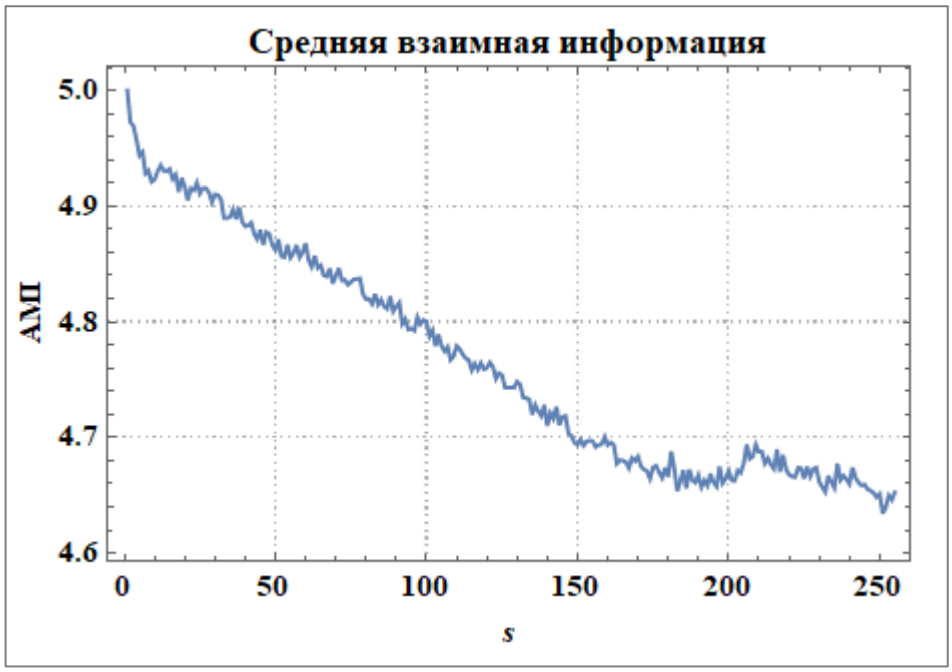

Рис. 6. График функции средней взаимной информации

На практике для уменьшения корреляции соседних измерений от реальных исходных данных переходят к, так называемым, логарифмическим прибылям. Соответствующий график приведен на рисунке 7.

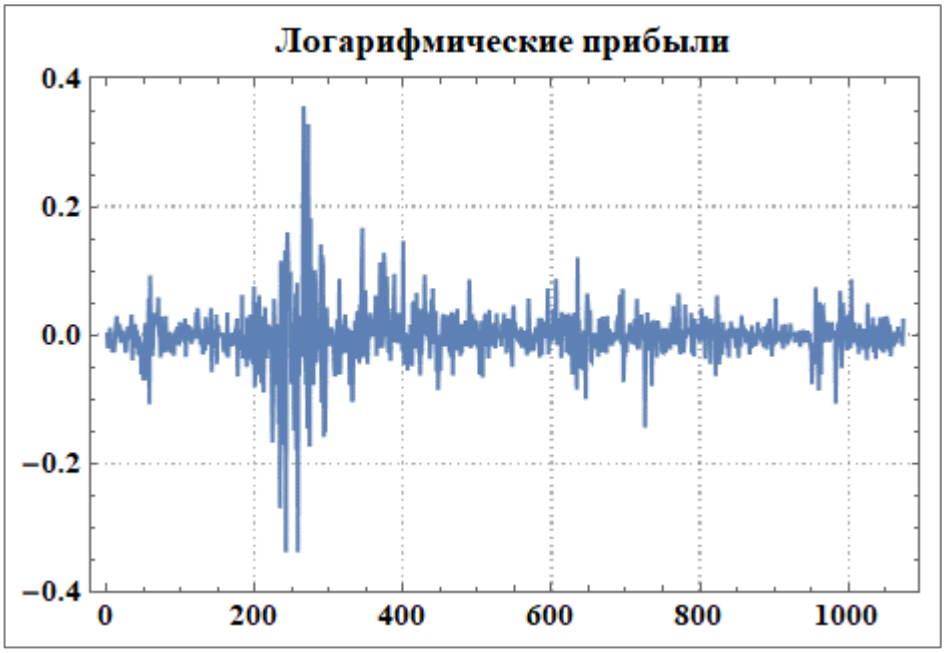

Рис. 7. График функции логарифмических прибылей

В данном случае фрактальная размерность преобразованного временного ряда будет равна 0.53 [3]

Переход к логарифмическим прибылям обеспечивает несущественную корреляцию соседних измерений (см. рисунок 8) в отличии от исходных данных, график автокорреляционной функции для которых дан на рисунке 5.

Рис. 8. График автокорреляционной функции для логарифмических прибылей

Анализ функции взаимной информации, график которой приведен на рисунке 9, позволяет сделать вывод о том, в целом характер поведения этой функции не сильно отличается от соответствующей функции, рассчитанной для исходных данных (см. рисунок 6).

Рис. 9. График функции взаимной информации для логарифмических прибылей

Выводы

Разработано программное обеспечение и проведена практическая апробация алгоритмов расчета автокорреляционной функции и средней взаимной информации в среде пакета компьютерной алгебры *Wolfram Mathematica*. Программа является унифицированной и может быть

использована для исследования временных рядов из различных предметных областей.

Библиографический список

1. Прангишвили И.В. Энтропийные и другие системные закономерности: Вопросы управления сложными системами; Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова. М.: Наука.2003.
2. Stephen Wolfram. An Elementary Introduction to the Wolfram Language. URL: https://www.wolfram.com/language/elementary-introduction/2nd-ed/ (Дата обращения 27.082020).
3. Осипов Г.С., Анисимов И.А. Программная реализация модифицированного алгоритма оценки показателя Херста для временного ряда // Постулат. 2020. № 7. С. 17. DOI: 10.18411/Postulat-2020-7-17.pdf