

Исследование прикладных пакетов для математических расчётов задач кинематики твёрдого тела

Назарова Вероника Павловна

*Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема
Студент*

Васильев Алексей Сергеевич

*Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема
старший преподаватель кафедры технических дисциплин*

Аннотация

В данной статье представлены и сопоставлены несколько математических пакетов программ для решения различных физико-математических задач, описаны их основные преимущества. Решена задача по кинематике твердого тела средствами пакета MathCad. Приведены основные функции данного пакета, применение которых позволяет сократить время на выполнение расчетов и работу с математическими выражениями. Обозначены преимущества использования программы MathCad, в том числе с методической точки зрения и применения ее для освоения предметных компетенций.

Ключевые слова: кинематика твердого тела, расчёт, программа, задача, система.

Investigation of applied packages for mathematical calculations of the problems kinematics of a solid body

Nazarova Veronika Pavlovna

*Sholom-Aleikhem Priamursky State University
Student*

Vasiliev Alexey Sergeevich

*Sholom-Aleikhem Priamursky State University
Senior Lecturer of the Department of Technical Disciplines*

Abstract

In this article, several mathematical software packages are presented and compared to solve various physical and mathematical problems, their main advantages are described. The task of kinematics of the body of the MathCad package was solved. The main functions of this package are described, the application of which allows reducing the time for performing calculations and working with mathematical expressions. The advantages of using MathCad programs are indicated, including

from a methodical point of view and its application for mastering subject competencies.

Keywords: kinematics of a rigid body, calculation, program, task, means, system.

Решение задач кинематики точки сопряжено с довольно сложными вычислениями, от интегрирования и дифференцирования сложных функций до построения графиков кривых различных порядков. Для автоматизации математических расчетов используются разнообразные вычислительные средства и пакеты для решения прикладных задач. Тем не менее, такие расчеты вызывают определенные сложности, связанные как с возможностью ошибок в вычислениях, так и с их длительностью. Однако, вышеперечисленные трудности частично были решены после появления специализированных программных комплексов и математических систем для автоматизации математических и инженерно-технических расчетов.

Математическими системами, универсальными математическими пакетами (средами) называют пакеты прикладных программ, содержащие разнообразные инструменты для решения математических задач[2].

Ниже приводится сравнительная характеристика (по нескольким критериям) пакета MathCad с наиболее известными математическими средами.

1. Назначение

MathCad относится к системам компьютерной алгебры, то есть средств автоматизации математических расчетов[3]. В этой группе программного комплекса существует большое количество подобий различной классификации и принципа построения. Чаще всего, MathCad ставят в сравнение с наиболее распространёнными математическими средами, такими как: MatLAB, Mathematica, Maple.

Например, система Maple, по большей части предназначена для осуществления символьных вычислений и для этого имеет один из самых мощных запасов специализированных функций (> 3000). Для большего процента пользователей, то есть тех, кто использует математический пакет для выполнения средних научно-технических расчётов, такая комплектация является избыточной. В целом, Maple рассчитан на высокопрофессиональных математиков, так как для решения задач требует знаний методов решения, в неё заложенных.

То же самое можно сказать и о Mathematica. Данный пакет обладает высокой скоростью вычислений, но требует изучения довольно необычного языка программирования [3].

2. Интерфейс

Главное отличие MathCad от подобных ему пакетов — это графический, а не текстовый принцип ввода выражений, для их набора можно использовать как клавиатуру, так и кнопки на многочисленных специальных панелях инструментов. Это значит, что подготовки для набора

команд, как таковой не требуется. Вычисления осуществляются одновременно с набором или по команде.

В других программах (Maple, MuPAD, Mathematica) вычисления осуществляются в режиме программного интерпретатора, который трансформирует в формулы, введенные в виде текста команды[3]. В свою очередь Maple своим интерфейсом направлен на пользователей, имеющих знания основных языков программирования. В то время, для пользования пакетом Mathcad можно вообще не обладать знаниями в сфере программирования.

3. Графика

В пакете MathCad практически нет графиков функций в математическом понимании термина, а есть визуализация данных, находящихся в векторах и матрицах, но всё же, механизм визуализации Mathcad заметно уступает таковому у Maple, где достаточно иметь только вид функции, чтобы построить график или поверхность любого уровня сложности. По сравнению с Maple, графика MathCad не позволяет построить поверхности, заданные параметрически, а так же создавать и форматировать графики возможно только через меню.

Однако следует помнить, что для осуществления различных научно-технических расчётов и создания учебных документов, возможностей визуализации вполне достаточно.

Обобщим функции, с помощью которых MathCad поможет с решением различных математических задач:

1. решение алгебраических уравнений и систем (линейных и нелинейных);
2. решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем (задача Коши и краевая задача);
3. решение дифференциальных уравнений в частных производных;
4. статистическая обработка данных (интерполяция, экстраполяция, аппроксимация и многое другое);
5. работа с векторами и матрицами (линейная алгебра и др.);
6. поиск минимумов и максимумов функциональных зависимостей [1].

Учитывая специфику многих кинематических задач, следует помнить, что часто их решение сопряжено с трудностями, связанными с использованием сложного математического аппарата и трудных обильных вычислений. Все вышеперечисленные функции, облегчают решение задач инженерных и научно-технических расчётов, в том числе для решения студентами и инженерами задач кинематики. Ниже представлен алгоритм решения задачи о движении материальной точки средствами MathCAD.

Постановка задачи:

«Точка движется по закону $x=6(2t - \sin(2t))$, $y=6(1-\cos(2t))$. Для заданного момента времени $t=5\pi/12$ найти скорость, ускорение точки и радиус кривизны траектории»

1. Определяем траекторию движения точки. Вводим данную нам параметрическую систему уравнений в поле MathCad и строим график функции (рис.1) [4].

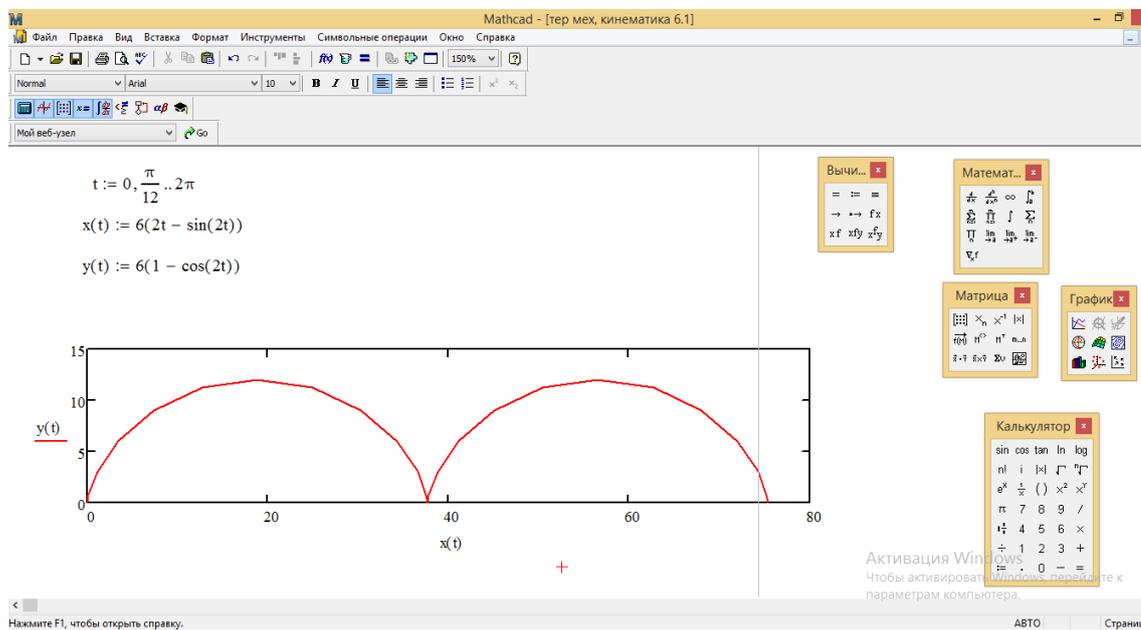


Рисунок 1. Ввод системы уравнений (по условию задачи) и визуализация траектории движения материальной точки

Как видно, графиком данной параметрической функции является циклоида, что наглядно может быть продемонстрировано студентам технических специальностей средствами MathCAD. Следует отметить, что данная программа позволяет легко строить двух- и трехмерные гистограммы, двухмерные графики в декартовых и полярных координатах, трехмерные графики поверхностей, линии уровня поверхностей, изображения векторных полей, пространственные кривые. Все это позволяет как студентам, так и инженерам, в короткий срок визуализировать любую аналитически заданную функцию, в данном случае траекторию движения материальной точки.

2. Дифференцируя по времени t , находим проекции скорости точки на оси x , y (рис. 2) [4].

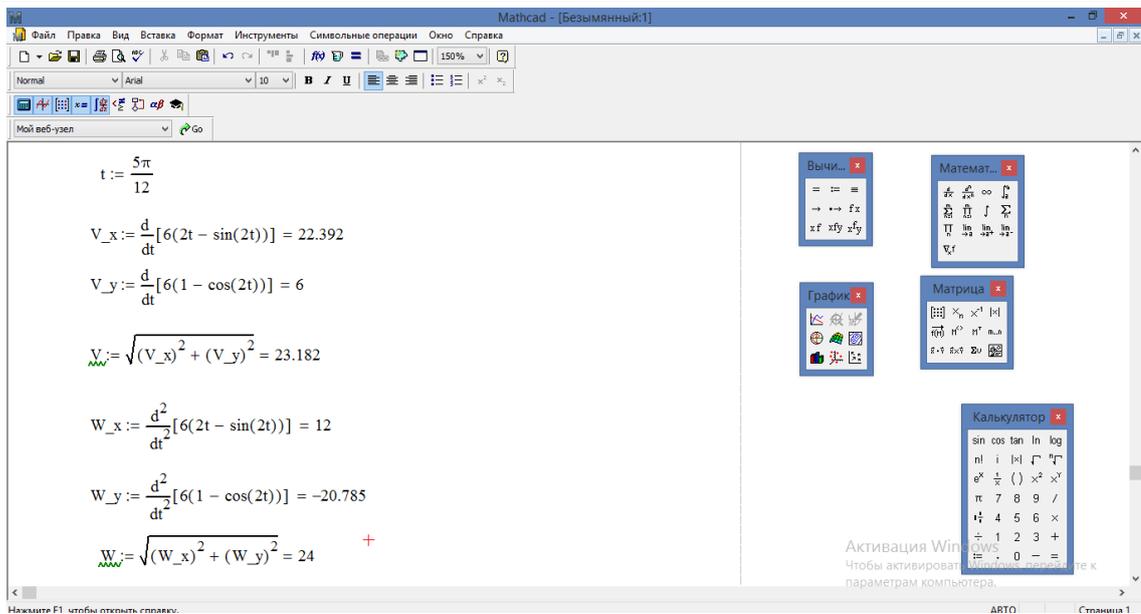


Рис. 2 Расчёт скорости и ускорения движения материальной точки, а так же их проекций и модулей

3. Вычисляем модуль скорости по формуле $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ (рис. 2) [4].

4. Дифференцируя, находим компоненты вектора ускорения $W_x = x''$, $W_y = y''$ (рис.2)[4].

5. Определяем модуль ускорения $W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$ (рис. 2)[4].

Вычисляем тангенсальное (касательное) ускорение. Дифференцируя скорость $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, как сложную функцию времени (рис.3)[4].

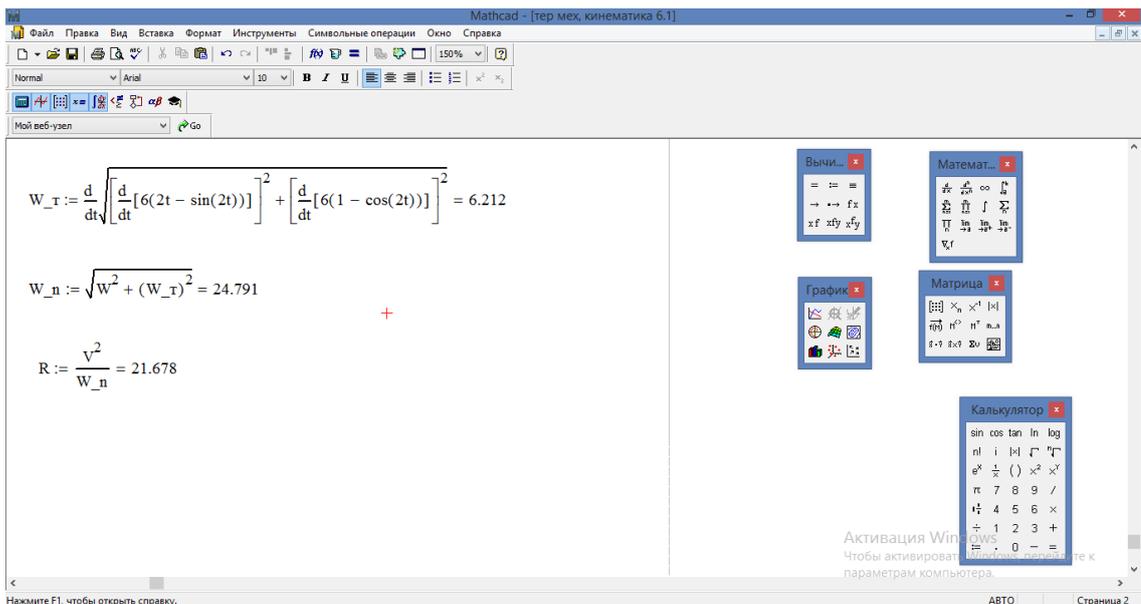


Рис.3 Расчет нормального и тангенсального ускорения, радиуса кривизны траектории

6. Вычисляем нормальное ускорение $W_n = \sqrt{W^2 + W_T^2}$ (рис.3) [4].
7. Находим радиус кривизны траектории в указанном положении точки: $R = \frac{v^2}{W_n}$ (рис. 3) [4].

Применение пакета MathCad позволяет студентам, изучающим кинематику твердого тела, успешно использовать основные законы естественнонаучных дисциплин (в частности теоретической механики) в профессиональной деятельности, а также применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

В результате применения пакета MathCad, студентом будет сформирован наглядный алгоритм действий, позволяющий решать те или иные задачи кинематики. Просто изменяя входные данные, студент сможет быстро и просто наблюдать и анализировать результаты, полученные на каждом шаге алгоритма расчета, что поможет выявить естественнонаучную сущность задач кинематики твердого тела при использовании для их решения соответствующего физико-математического аппарата.

Библиографический список

1. Официальный сайт «Лекции.Орг» [Электронный ресурс]. URL: <http://lektsii.org> (дата обращения 21.05.2017)
2. Официальный сайт «Life-Prog» [Электронный ресурс]. URL: <http://life-prog.ru> (дата обращения 21.05.2017)
3. Официальный сайт «Википедия» [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Mathcad> (дата обращения 22.05.2017)
4. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика / Под ред. А. И. Кириллова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 384 с.