

Возможности применения теории графов при решении логических задач

Плеханова Наталья Евгеньевна

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

Студент

Сизинцева Анастасия Александровна

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

Студент

Кузьмина Богдана Сергеевна

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

к.т.н., доцент кафедры информационных систем, математики и методик обучения

Аннотация

В статье приведены описаны возможности решения логических задач с помощью графов. Определены основные понятия теории графов, необходимые для решения задач. Представлен алгоритм решения логических задач с помощью графов. Рассмотрены различные примеры решения логических задач.

Ключевые слова: логическая задача, метод решения задач, граф, дерево решения.

The possibility of applying graph theory in the solution of logical problems

Plekhanova Natalya Evgenyevna

Sholom-Aleichem Priamursky State University

Student

Sizintceva Anastasiya Aleksandrovna

Sholom-Aleichem Priamursky State University

Student

Kuzmina Bogdana Sergeevna

Sholom-Aleichem Priamursky State University

Candidate of technical sciences, associate professor of Information Systems, Mathematics and teaching methods

Abstract

Are provided in article possibilities of the solution of logical tasks by means of counts are described. The basic concepts of the theory of counts necessary for the solution of tasks are defined. The algorithm of the solution of logical tasks by

means of counts is presented. Various examples of the solution of logical tasks are reviewed.

Keywords: logical problem, method of the solution of tasks, columns, decision tree.

Решение различных математических задач, чаще всего, не возможно без построения соответствующего чертежа. Для этого необходимо уметь мыслить нестандартно, лаконично, правильно и четко. Логическая задача – это такая задача, для решения которой, как правило, требуется логическое мышление, сообразительность, иногда применение нестандартного мышления, а не специальные знания высокого уровня [5].

Для решения логических задач необходимо уметь рассуждать и делать правильные выводы. Это не всегда легко, потому что очень часто необходимая информация «спрятана», представлена неявно, и надо уметь её извлекать [1].

Многие логические задачи связаны с рассмотрением нескольких конечных множеств с одинаковым числом элементов. Между элементами множеств имеются некоторые зависимости, которые требуется установить. Для решения таких задач можно использовать графы.

Графическое представление делает процесс решения логических задач более наглядным. С помощью графов решать задачи очень удобно и интересно, можно увидеть и рассмотреть несколько путей решения одной и той же задачи. Основой применения графов для решения логических задач служит выявление и последовательное исключение логических возможностей, задаваемых условиями задач. Это выявление и исключение логических возможностей часто может быть истолковано с помощью построения и рассмотрения соответствующих графов.

Целью данной статьи является представление алгоритмов решения различных типов логических задач с помощью теории графов.

Графом называется совокупность конечного числа точек, называемых *вершинами* графа, и попарно соединяющих некоторые из этих вершин линий, называемых *ребрами* или *дугами* графа (рис.1) [4].

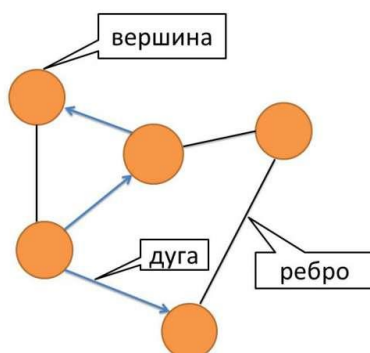


Рис.1. Структура графа

Путь в графе от одной вершины к другой называется такая последовательность ребер, по которой можно проложить маршрут между этими вершинами. При этом никакое ребро маршрута не должно встречаться более одного раза. Вершина, от которой проложен маршрут, называется началом пути, вершина в конце маршрута — конец пути [7]. При этом *длиной* пути называют число составляющих его *рёбер*.

Деревом называется связный граф, не содержащий циклов. Любой (в том числе несвязный) граф без циклов называется *ациклическим*. Несвязный граф, каждая компонента связности которого является деревом, называется *лесом*. Можно сказать, что деревья являются компонентами леса [6].

Использование свойств графов при решении логических задач различного типа позволяет проследить все логические возможности решения, упростить его, помогает в ходе решения задачи классифицировать логические возможности, отбрасывать неподходящие случаи, не доводя до полного перебора всех случаев. Для решения логических задач необходимо выполнить следующие 4 шага:

- 1) анализ условия задачи, перевод задачи на язык графов (определение объектов, о которых идет речь в задаче, и связей между ними);
- 2) построение графа:
 - a. точками обозначают объекты задачи – вершины графа (если в задачах дано несколько групп объектов, то лучше их изображать в разных плоскостях и различными цветами);
 - b. линиями обозначают отношения между объектами - ребра графа;
- 3) выделение ключевых фраз задач, преобразование графа в дерево;
- 4) анализ полученного дерева, определение вариантов решения задачи.

Рассмотрим несколько примеров логических задач и алгоритмы их решения.

1. Задачи, решаемые с помощью построения графа в виде дерева.

Пример 1. Необходимо составить фрагмент расписания для одного дня с учетом следующих обстоятельств:

- учитель истории может дать либо первый, либо второй, либо третий уроки, но только один урок;
- учитель литературы может дать один, либо второй, либо третий урок;
- математик готов дать либо только первый, либо только второй урок;
- преподаватель физкультуры согласен дать только последний (четвертый) урок.

Сколько и каких вариантов расписания, удовлетворяющего всем вышеперечисленным условиям одновременно, может составить завуч школы? [3]

Решение.

В данной задаче в качестве объектов можно выделить учителей и уроки. Таким образом, в графе будет 8 вершин (4 вершины, которые являются порядком уроков, и 4 вершины, которыми обозначены учителя) (см. рис. 2).

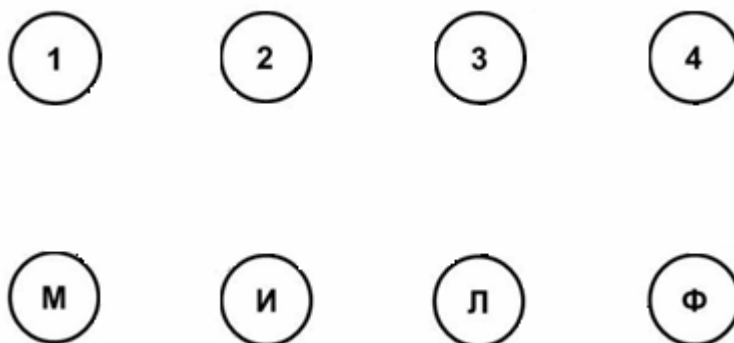


Рис. 2. Несвязанный граф, отображающий условия задачи 1

Далее соединяем между собой вершины ребрами. Ребра отображают известные нам условия. Так, ребро, соединяющее вершину М и 1, означает, что учитель математики может провести первый урок. Направление ребра отражает, какие учителя смогут провести данный урок (см. рис. 3).

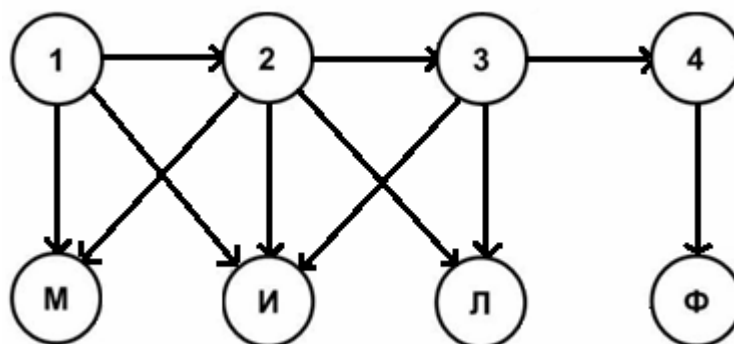


Рис. 3. Связанный граф, отображающий условия задачи 1

Преобразуем полученный граф в дерево, которое будет показывать возможный вариант решения задачи. В нашем случае можно выделить три возможных варианта расписания уроков (см. рис. 4).

Вариант 1 означает следующее расписание: 1 урок – история, 2 урок – математика, 3 урок – литература, 4 урок – физическая культура.

Вариант 2 означает следующее расписание: 1 урок – математика, 2 урок – литература, 3 урок – история, 4 урок – физическая культура.

Вариант 3 означает следующее расписание: 1 урок – математика, 2 урок – история, 3 урок – литература, 4 урок – физическая культура.

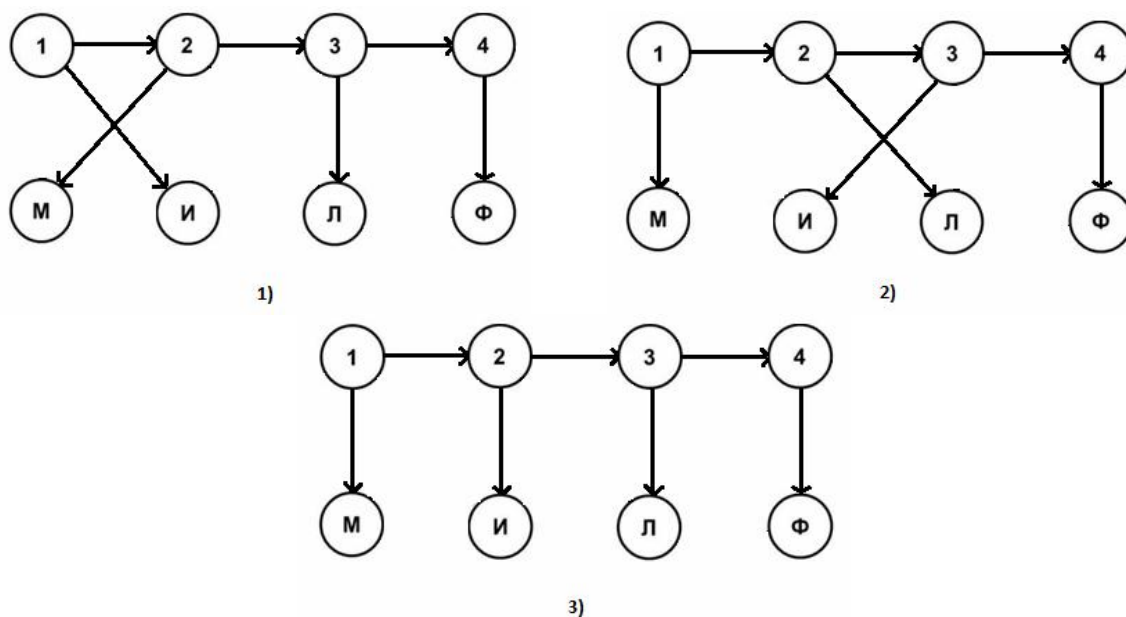


Рис. 4. Варианты решения задачи 1

Данная задача является классическим примером удачного использования теории графов.

2. Задачи, решаемые с помощью построения четного графа.

Пример 2. В составе экспедиции должно быть 6 специалистов: биолог, врач, синоптик, гидролог, механик и радист. Имеется 8 кандидатов, из которых и нужно выбрать участников экспедиции; условные имена претендентов: А, В, С, D, E, F, G и H. Обязанности биолога могут исполнять E и G, врача – А и D, синоптика – F и G, гидролога – В и F, радиста – С и D, механика – С и H. Предусмотрено, что в экспедиции каждый из них будет выполнять только одну обязанность. Кого и в какой должности следует включить в состав экспедицию, если F не может ехать без В, D – без H и С, С не может ехать вместе с G, А – вместе с В?

Решение.

Задать возможный вариант решения, то есть описать точный состав экспедиции, можно с помощью четного графа, в котором будет 14 вершин, разделенных на две группы: 8 кандидатов и 6 должностей, а ребра могут соединять лишь вершины разных групп [3].

Решение задачи изображено на четном графе.

Составим граф, у которого вершины разделены на 2 группы: кандидаты и должности:

1) отмечаем вершины графа, которые разделены на 2 группы: 6 должностей и 8 кандидатов (см. рис. 5);



Рис.5. Первый этап решения задачи 2

2) соединяем неориентированными ребрами вершины, которые обозначают должности, с вершинами, которые обозначают кандидатов (см. рис. 6);

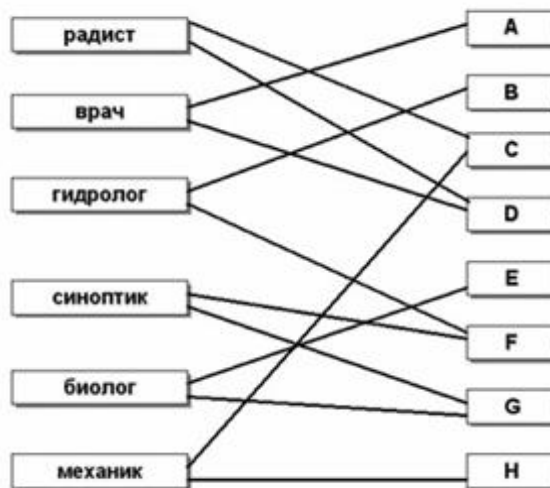


Рис.6. Второй этап решения задачи 2

3) ориентированными черными ребрами указываем членов экспедиции, которые не могут ехать без других (в определенном направлении) (см. рис. 7);

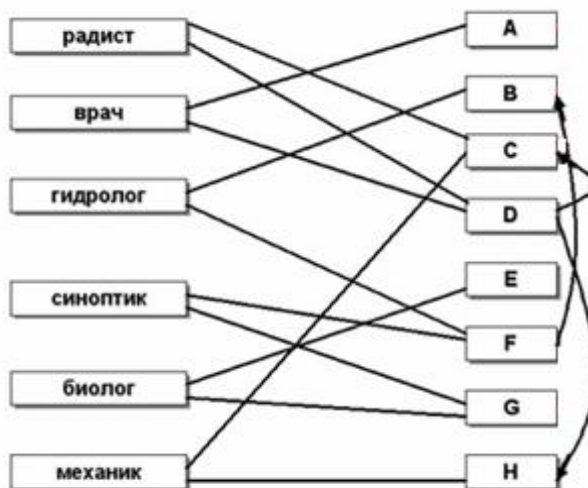


Рис.7. Третий этап решения задачи 2

4) ориентированными рёбрами-пунктирами указываем членов экспедиции, которые не могут ехать вместе (в определенном направлении) (см. рис. 8).



Рис. 8. Решение задачи 2

Следовательно, в экспедицию едут: В гидрологом, С радистом, D врачом, E биологом, F синоптиком, H механиком; но не едут А и G.

Таким образом, использование графов позволяет облегчить процесс решения школьниками логических задач и восприятия ими сложных тем в школьном курсе математики. Задачи, решение которых можно представить в виде графов, можно, даже нужно, использовать как при подготовке учеников к олимпиадам разного уровня, к экзаменам, так и на самых различных уроках. Так, графы можно использовать не только в математических науках, но и в гуманитарных (например, химия, биология и т. д.). Теория графов помогает облегчить решение многих математических и логических задач и придать наглядность решения.

Библиографический список

1. Анохин П.К. Решение логических задач методом графа.http://pro-inf.ucoz.ru/index/reshenie_logicheskikh_zadach_metodom_grafa/0-26
2. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: Учебник для ВУЗов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 744 с.
3. Задачи на графы. URL: http://sch5.rybadm.ru/10/model/zad_graf.ppt
4. Зудина Т.В. Теория графов. М., 2001. 6 с.
5. Макеева Т.Г. Диагностика развития младших школьников: психологические тесты. М., 2008. 125с.
6. Учреждение образования БГУИиР. Деревья и их свойства (частный вид графов). URL: <http://studentbank.ru/view.php?id=54464>
7. Юрченко Е.В. Обучение учащихся поиску решения задач при изучении элементов теории графов задач на факультативных занятиях в школе. М., 2014. С. 6-23.
8. http://sch5.rybadm.ru/10/model/zad_graf.ppt