

Метод решения многокритериальных разнородных задач – ELECTRE

Икорский Никита Сергеевич

Владимирский государственный университет

Студент

Ремезова Екатерина Максимовна

Владимирский государственный университет

Старший преподаватель кафедры ВТиСУ

Аннотация

Данная статья посвящена математическому методу решения многокритериальных разнородных задач – ELECTRE. Показано, что данный метод может иметь широкую практическую значимость в области принятия решений. В статье описан сам метод и приведен пример задачи, решенной с помощью него. Для решения вышеуказанной задачи и подобных ей, автором предлагается к использованию программное приложение, разработанное им на основе метода ELECTRE.

Ключевые слова: ELECTRE, многокритериальный выбор, математический метод.

ELECTRE - Method for solving multi-criteria heterogeneous tasks

Ikorskiy Nikita Sergeyeovich

Vladimir State University

student

Remezova Ekaterina Maksimovna

Vladimir State University

Senior lecturer

Abstract

This article is devoted to the mathematical method of solving multi-criteria heterogeneous problems - ELECTRE. It is shown that this method can have broad practical significance in the field of decision-making. The article describes the method and gives an example of a problem solved with the help of it. To solve the above problem and the like, the author proposes to use a self-developed software application based on the ELECTRE method.

Key words: ELECTRE, multi-criteria decision-making, mathematical method.

Введение

На сегодняшний день существует большое количество проблем, связанных с принятием решений на совершенно разных уровнях. Нередко

результаты принятия решений могут иметь серьезные последствия не только для ЛПР- лица, принимающего решения, но и для посторонних людей. При решении таких задач часто возникают проблемы выбора и классификации, а также упорядочивания всевозможных альтернатив. Отличительной особенностью метода ELECTRE является то, что критерии, задаваемые для альтернативы, могут иметь разную природу и смысл. Задачи такого рода называются многокритериальными задачами с разнородными критериями. Они обычно сводятся к получению рейтинга (оценок) эффективности для каждой из альтернатив по определенным критериям и могут нести в себе определенные трудности при решении.

Именно поэтому в конце 60-х годов группа французских ученых во главе с Б.Руа предложили подход, который позволяет попарно сравнивать многокритериальные альтернативы. Б.Руа дал название этому методу - «Elimination Et Choix Traduisant la Realite» или ELECTRE. Дословный перевод данного метода - исключение и выбор, которые отражают реальность.

Описание метода

«Метод ELECTRE направлен на решение задач с заданными многокритериальными альтернативами. В этих методах не определяется количественно показатель качества каждой из альтернатив, а устанавливается превосходство одной альтернативы над другой.» [1, с.106]

Традиционно задачи такого типа сводятся к одному виду: «Пусть заданы N альтернатив. Каждая альтернатива имеет собственный набор критериев – M . В свою очередь каждый критерий имеет несколько шкал оценок, которые чаще всего представляют из себя количественные значения. Помимо этого, каждый критерий обладает собственным весом, который чаще всего является целым числом.»

По своей природе метод ELECTRE представляет из себя последовательность действий, которые выполняются в несколько этапов.

Основными этапами метода будут являться:

1. Подсчет 2х индексов, которые включает в себя метод – индексы согласия и несогласия. В свою очередь индексы строятся на основании заданных весов критериев и длин шкал. С помощью данных оценок определяется степень согласия и несогласия с гипотезой о том, что одна из альтернатив по одному или нескольким критериям превосходит другую альтернативу.
2. Далее лицо, принимающее решение (ЛПР), интуитивно или основываясь на приобретенном опыте задает пороги значений вышеуказанных уровней согласия и несогласия. После чего каждый вычисленный индекс сравнивается с данными порогами для каждой пары альтернатив. Если после вычислений индекс согласия одной из альтернатив выше заданного уровня, в то время как индекс несогласия ниже, то одна из альтернатив превосходит другую. Если

же этого не происходит, то данная пара альтернатив объявляется несравнимой.

- После того, как ЛПР задаст значения вышеупомянутых порогов, на множестве выделяется ядро элементов, состоящее из альтернатив, которые являются несравнимыми, либо, которые находятся в отношении эквивалентности. На данном шаге ЛПР имеет право изменить уровни согласия и несогласия. Следствием этого из данного ядра выделяется следующее ядро меньшего размера, которое содержит в себе отличное от предыдущего число альтернатив. Данный шаг повторяется до тех пор, пока не образуется последнее ядро, в которое будут входить наилучшие альтернативы. То, как расположены ядра, определяет градацию качества альтернатив. Таким образом, ELECTRE позволяет получить серию, состоящую из потенциальных решений, которые представляются в виде различных ядер.

Одна из трудностей данного метода заключается в зацикливании выделения ядер, которое возникает при неправильном назначении весов критериям. Проще говоря, в ряде случаев ЛПР может необъективно назначить веса.

Индексы согласия и несогласия

Индекс согласия

«В различных методах семейства ELECTRE индексы согласия и несогласия строятся по-разному. Основные идеи построения этих индексов будут показаны на примере метода ELECTRE1. Поочередно всем критериям ставится в соответствие целое число p , характеризующее важность критерия. Затем выдвигается гипотеза о превосходстве альтернативы A над альтернативой B .» [1, с.107] Множество альтернатив I , состоящее из некоторого числа- N критериев, при задании уровней, разбивается на три подмножества: I^+ Подмножество критериев, где A предпочтительнее B ; I^{\sim} Подмножество в котором A равноценно B ; и I^- Подмножество критериев, по которым B предпочтительнее A . Далее формируется гипотеза превосходства A над B и вычисляется индекс согласия.

Индекс согласия подсчитывается на основе весов критериев. В данном методе этот индекс определяется, как отношение суммы весов критериев подмножеств I^+ и I^{\sim} к общей сумме весов.

$$C_{ab} = \frac{\sum_{I \in I^+, I^{\sim}} w_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$$

Индекс несогласия

Индекс несогласия с гипотезой о превосходстве A над B определяется на основе самого противоречивого критерия- критерия, по которому B в наибольшей степени превосходит A .

$$d_{AB} = \max_{I \in I^-} \frac{\Gamma_B - \Gamma_A}{L_i}$$

Где Γ_B, Γ_A – Оценки альтернатив A и B по i – тому критерию;

L – длина шкалы – того критерия

Данный метод достаточно трудно реализуется вручную, особенно, если задано большое количество альтернатив и критериев. Поэтому было спроектировано и разработано программное средство, позволяющее пользователю решать большие многокритериальные задачи.

Пример использования метода

Для постройки завода разными инженерами было выдвинуто 4 проекта (4 альтернативы). Эффективность проектов задана в виде набора разнородных критериев – Предполагаемая ежемесячная прибыль (1й Критерий), Предполагаемое качество выпускаемой продукции (2й Критерий) и степень конкуренции (3й Критерий). Значения заданных критериев приведены в Таблице 1.

Таблица 1 – Список альтернатив

Наименование Альтернативы	Предполагаемая ежемесячная прибыль	Предполагаемое качество выпускаемой продукции	Степень конкуренции
1	120	40	50
2	70	60	70
3	85	40	65
4	140	30	55

Так же заданы веса критериев и длины шкал, которые требуются для построения матриц согласия и несогласия (Таблица 2).

Таблица 2 – Веса критериев и длины шкал

Критерий	Вес критерия	Длина шкалы
Предполагаемая ежемесячная прибыль	3	100
Предполагаемое качество выпускаемой продукции	2	50
Степень конкуренции	1	45

Согласно вышеизложенным условиям требуется найти наилучшую из альтернатив.

Решение

Выделение наилучшей альтернативы в рамках данной примера мы осуществим непосредственно с помощью разработанного программного

приложения, которое существенно облегчает поиск решения у данной задачи и задач, похожего типа.

Первым делом, с помощью диалогового окна мы задаем количество альтернатив и количество критериев. Согласно примеру, у нас 4 альтернативы, каждая из которых содержит по 3 критерия. Перенесем эти значения в программу (Рисунок 1).

Form1

Количество критериев
3

Список Альтернатив | Список Весов | Список Шагов

1
2
3
4

Название новой альтернативы
Добавить

Значение нового веса
Добавить

Значение нового Шага
Добавить

Принцип Больше-Лучше
 Принцип Меньше-Лучше

Построить матрицы

Заполнить

Удалить Элемент

Удалить все элементы

Рисунок 1 – Задание начальных параметров

Теперь нам нужно заполнить поля критериев указанными в условии значениями. Для этого щелкаем дважды по каждой альтернативе в интерактивном окне, либо нажимаем на кнопку «заполнить» (Рисунок 2).

Form1

Количество критериев
3

Список Альтернатив | Список Весов | Список Шагов

1
2
3
4

Название новой альтернативы

Значение нового веса

Значение нового Шага

Принцип Больше-Лучше
 Принцип Меньше-Лучше

Построить матрицы

AltValues

	Критерий 1	Критерий 2	Критерий 3
▶	140	30	55

Сохранить

Заполнить

Удалить Элемент

Удалить все элементы

Рисунок 2 – Заполнение критериев

Теперь необходимо задать величину шага и веса критериев. Это можно осуществить с помощью соответствующих полей и кнопок «Добавить». (Рисунок 3). Просмотреть заполненные веса можно в правом окне на соответствующих вкладках.

Form1

Количество критериев
3

Название новой альтернативы
Добавить

Значение нового веса
Добавить

Значение нового Шага
Добавить

Принцип Больше-Лучше
 Принцип Меньше-Лучше

Построить матрицы

Список Альтернатив | Список Весов | Список Шагов

Удалить Элемент

Удалить все элементы

Рисунок 3 – Заполнение весов и шагов критериев

Следующим шагом будет выбор принципа: больше-лучше или меньше-лучше. Дело в том, что критерии могут выступать в виде разных значений (денежные, стоимостные, количественные и т.д.), поэтому они будут нести разный смысл для каждого типа задач, вследствие чего оценки индексов согласия и несогласия могут высчитываться ошибочно. Таким образом, выбирая принцип, пользователь передает системе способ подсчета наилучшего решения, исходя из смысловых значений критериев.

Для примера выберем принцип «чем больше, тем лучше» (Рисунок 4).

Form1

Количество критериев
3

Название новой альтернативы
Добавить

Значение нового веса
Добавить

Значение нового Шага
Добавить

Принцип Больше-Лучше
 Принцип Меньше-Лучше

Построить матрицы

Список Альтернатив | Список Весов | Список Шагов

Удалить Элемент

Удалить все элементы

Рисунок 4 – Выбор принципа

После это нажимаем на кнопку «Построить матрицы». Перед нами откроется окно с матрицами (Рисунок 5).

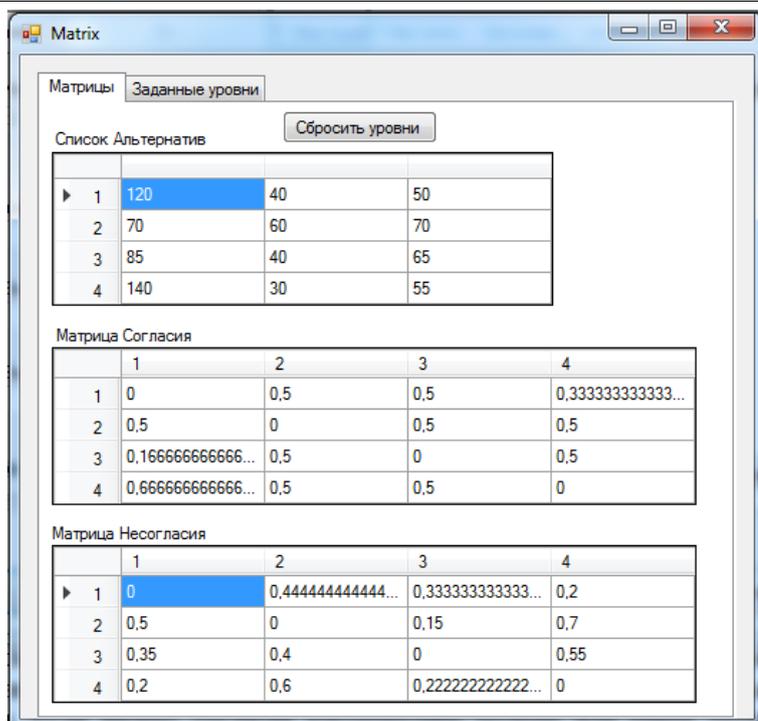


Рисунок 5 – Построение матриц

Как мы видим из матриц, альтернативы не могут превосходить сами себя, поэтому в этих полях индексы согласия и несогласия = 0.

Следующим шагом будет выставление уровней согласия и несогласия, которые будут сравниваться с индексами согласия и несогласия альтернатив. Для примера зададим уровень согласия = 0,5 и уровень несогласия = 0,2. Программа будет сравнивать каждый индекс с заданными уровнями. Если индекс согласия альтернативы больше или равен уровню согласия и индекс несогласия меньше или равен уровню несогласия, то тогда такая альтернатива выбирается в 1е ядро. После всех сравнений система выделит ядро, содержащее в себе эквивалентные и несравнимые альтернативы (Рисунок 6, 7).

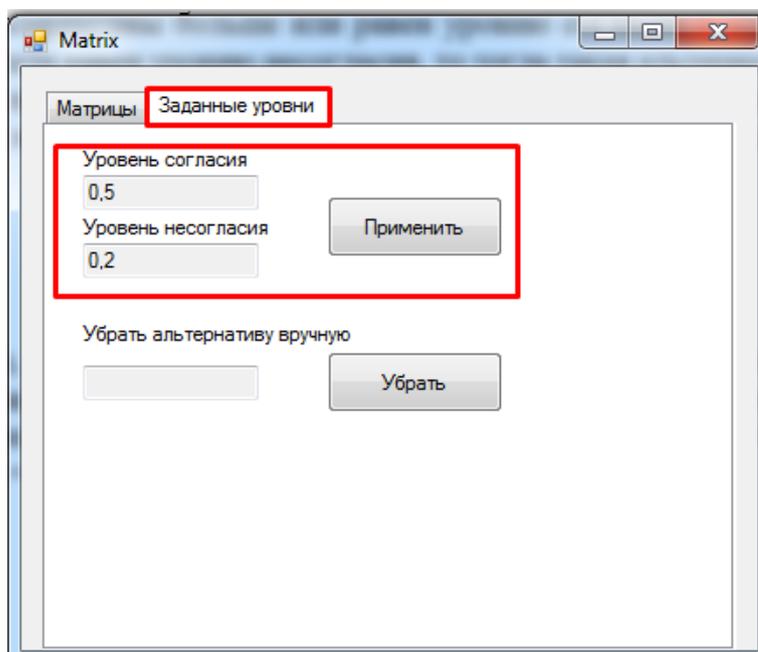


Рисунок 6 – Задание порогов уровней согласия и несогласия

Matrix

Матрицы Заданные уровни

Сбросить уровни

Список Альтернатив

▶ 2	70	60	70
4	140	30	55

Матрица Согласия

	2	4
▶ 2	0	0,5
4	0,5	0

Матрица Несогласия

	2	4
▶ 2	0	0,7
4	0,6	0

Рисунок 7 – Выделившееся ядро

Как мы видим, в ядро выделились лишь 2 альтернативы (под номером 2 и 4). Они и будут лучшими и являются несравнимыми при заданных уровнях согласия и несогласия. Зададим для них другие уровни. Пусть уровень согласия = 0,5 и уровень несогласия = 0,6 (Рисунок 8, 9).

Matrix

Матрицы Заданные уровни

Уровень согласия
0,5

Уровень несогласия
0,6

Применить

Убрать альтернативу вручную

Убрать

Рисунок 8 – Задание новых порогов уровней

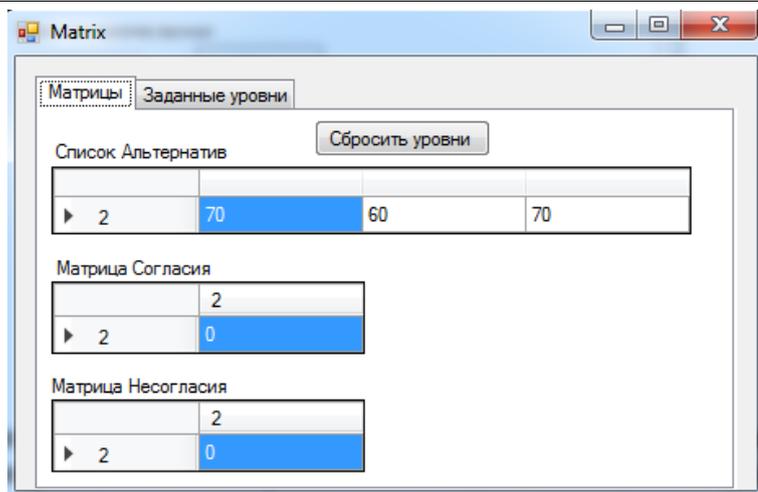


Рисунок 9 – Выделившееся ядро

Как мы видим, в результате выполнения алгоритма в последующее ядро выделилась лишь 1 альтернатива (под номером 2). Она и будет наилучшим решением для заданных уровней.

Заключение

Таким образом, разработанное программное средство в полной мере реализует предложенный метод ELECTRE и является эффективным средством для решения многокритериальных задач.

Библиографический список

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. М.: Логос, 2002. 392 с.
2. Стучилин В. В., Маслоед И.Е. Использование методов принятия решений при построении ИИС обеспечения безопасности участка шахт. // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2011. №12. С. 411-420.