

Теория вероятности в расчете прохождения тока внутри электрических цепей

Болтовский Гавриил Александрович

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

Студент

Аннотация

Целью данной статьи является рассмотрение применения теории вероятности при расчёте надёжности электрических цепей. В работе используются модели последовательного, параллельного и смешанного соединения элементов, для которых приведены формулы и примеры вычислений. Полученные результаты показывают влияние структуры цепи на вероятность безотказной работы системы.

Ключевые слова: теория вероятности, теория надёжности, электрические цепи

Probability theory in calculating the passage of current inside electrical circuits

Boltovsky Gavriil Alexandrovich

Sholom-Aleichem Priamursky State University

Student

Abstract

The purpose of this article is to consider the application of probability theory in calculating the reliability of electrical circuits. The paper uses models of series, parallel, and mixed connections of elements, for which formulas and calculation examples are given. The results obtained show the influence of the circuit structure on the probability of trouble-free operation of the system.

Keywords: probability theory, reliability theory, and electrical circuits

1. Введение

1.1 Актуальность исследования

Актуальность исследования определяется необходимостью обеспечения надёжности электрических цепей, которые являются основой работы большинства технических систем. Отказ даже одного элемента может привести к сбою всей установки, поэтому оценка вероятности безотказной работы приобретает особое значение в инженерной практике. Использование методов теории вероятности позволяет формализовать расчёты и повысить точность прогнозирования отказов, что делает подход востребованным при проектировании, эксплуатации и анализе электрических схем различного уровня сложности.

1.2 Обзор исследований

Н. А. Ран, А. В. Антипов и Е. В. Городничева рассмотрели методы теории вероятностей, используемые в учебном процессе при подготовке специалистов инженерных специальностей [1]. Т. А. Гулай, И. А. Полуянов, И. И. Чеканов провели комплексный анализ методов теории вероятностей, направленный на углубление понимания их практического применения в сфере электроэнергетики [2]. С. В. Бородин и М. Р. Каитов посвятили свою работу применению аппарата теории вероятностей для анализа и решения практических задач в электроэнергетике [3]. Изложили алгоритм моделирования вероятностей состояния систем электроснабжения и разработали модель оценки вероятностях характеристик элементов систем электроснабжения с восстановлением и профилактикой в своей работе Е.И.Грачева и Р. Р. Садыков [4].

1.3 Цель исследования

Целью работы является рассмотреть применение элементов теории вероятности при решении задач по теории надежности.

2. Материалы и методы

В работе используются основные положения теории вероятности для анализа последовательного, параллельного и смешанного соединения элементов электрических цепей. Методика включает построение схем, вычисление вероятностей безотказной работы и отказа, а также применение формул для практических задач с заданными исходными данными.

3. Результаты и обсуждения

Надежность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режима и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки. Она тесно связана с вероятностью отказа элементов. Под отказом понимают событие, после появления которого нарушается работоспособность машины. В контексте теории вероятности оценка вероятности отказа каждого элемента является важным для анализа надежности. Безотказность – свойство системы или элемента непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени или некоторой наработки. Элемент – ограниченный объект, являющийся частью другого объекта.

Последовательное соединение (рис.1).



Рисунок 1 – Схема с последовательным соединением

Элементы цепи следуют один за другим, следовательно, если откажет один из них, то ток в цепи прервётся. Цепь работает тогда и только тогда, когда все элементы работают.

Вероятность работа схемы равна произведению событий:

$$X = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3,$$

Вероятность работы цепи определяется по формуле:

$$P(X) = P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3,$$

где A_i = элемент i работает, $i = 1, 2, 3$.

При последовательном соединении более трех независимо работающих элементов, формула принимает вид:

$$P(X) = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n;$$

Вероятности отказа определяется по формуле:

$$P(\bar{X}) = 1 - p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n;$$

Параллельное соединение (рис.2)

Элементы в схеме расположены на параллельных проводах следовательно цепь работает, если работает хотя бы один элемент в ней.

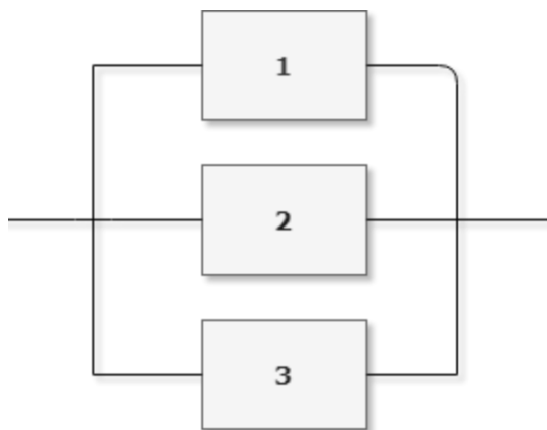


Рисунок 2 – Схема с параллельным соединением

Вероятность работа схемы равна сумме событий:

$$X = A_1 + A_2 + A_3$$

Вероятность работы цепи равна:

$$P(X) = P(A_1 + A_2 + A_3) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$$

где A_i = элемент i работает, $i = 1, 2, 3$.

Вероятности противоположного события определяется по формуле:

$$P(\bar{X}) = 1 - p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n;$$

Общий вид формулы на случай n параллельных элементов в цепи:

$$P(X) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n;$$

Вероятность отказа определяется по формуле:

$$P(\bar{X}) = q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n;$$

Очень часто различные технические системы обладают свойствами как параллельных, так и последовательных систем. Такие системы называются системами со смешанным соединением.

Рассмотрим несколько конкретных примеров со смешанным соединением.

Задача 1

Представлена схема электрической цепи (рис.3), где p_i , $i = \overline{1,3}$, является вероятностью безотказной работы (надежности) i -го элемента. Надежность элементов схемы равна $p_1 = 0,5$, $p_2 = 0,8$, $p_3 = 0,9$. Найти вероятность безотказной работы схемы.

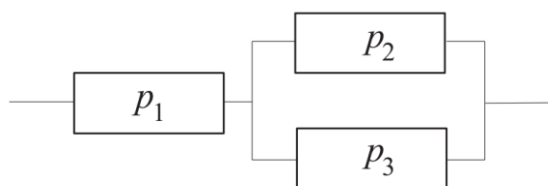


Рисунок 3 – Электрическая цепь задачи № 1

Решение:

Событие X – схема работает надежно.

Разобьем схему на 2 группу.

X_1 – состоит из элемента p_1 ;

X_2 – состоит из элементов p_2 и p_3 .

Тогда $X = X_1 \cdot X_2$.

$$X_1 = P(X_1) = p_1 = 0,5$$

Найдём вероятность отказа работы элементов, используя формулу вероятности противоположного события $q=1-p$.

$$q_1 = 0,5, q_2 = 0,2, q_3 = 0,1$$

В группе X_2 элементы связаны параллельно, поэтому вероятность работы цепи равна

$$X_2 = P(X_2) = 1 - q_2 \cdot q_3 = 1 - 0,2 \cdot 0,1 = 0,98$$

Отсюда

$$X = 0,5 \cdot 0,98 = 0,49$$

Следовательно, надежность цепи составляет 49%

Задача № 2

Зададим надежность работы элементов электрической цепи

$$p_1 = 0,42, p_2 = 0,73, p_3 = 0,81, p_4 = 0,39, p_5 = 0,54, p_6 = 0,61.$$

Найти надежность схемы (рис. 4).

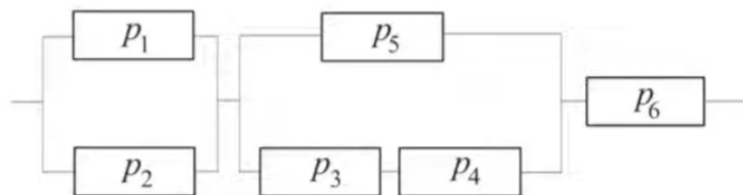


Рисунок 4 – Электрическая цепь задачи № 2

Решение:

Событие X – безотказная работа системы.

Разбиваем схему на 3 группу.

X_1 – состоит из элементов p_1 и p_2 ;

X_2 – состоит из элементов p_3 и p_4 и p_5 .

X_3 – состоит из элемента p_6

Тогда $X = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$.

Найдём вероятность отказа работы элементов, используя формулу вероятности противоположного события $q=1-p$.

$$q_1 = 0,58, q_2 = 0,27, q_3 = 0,19, q_4 = 0,61, q_5 = 0,46, q_6 = 0,39.$$

В группе X_2 элементы связаны параллельно, поэтому вероятность работы цепи равна

$$X_1 = P(X_1) = 1 - q_1 \cdot q_2 = 1 - 0,58 \cdot 0,27 = 0,8434$$

$$X_2 = P(X_2) = 1 - q_5 \cdot (1 - p_3 \cdot p_4) = 1 - 0,46 \cdot (1 - 0,81 \cdot 0,39) = 1 - 0,46 \cdot 0,6841 = 0,683514$$

$$X_3 = P(X_3) = p_6 = 0,61$$

Итоговое соединение последовательное, поэтому получаем

$$P(X) = P(X_1 \cdot X_2 \cdot X_3) = P(X_1) \cdot P(X_2) \cdot P(X_3) = 0,8434 \cdot 0,683514 \cdot 0,61 = 0,3517$$

Следовательно, надежность цепи составляет приблизительно 35%

Задача № 3

Определить надежность схемы (рис.5), если вероятности безотказной работы с соответствующих элементов заданы в таблице 1.

Таблица 1 – Данные для задачи №3

Элемент i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
p_i	0,7	0,5	0,3	0,9	0,1	0,8	0,8	0,4	0,9	0,6	0,7	0,7	0,6	0,5

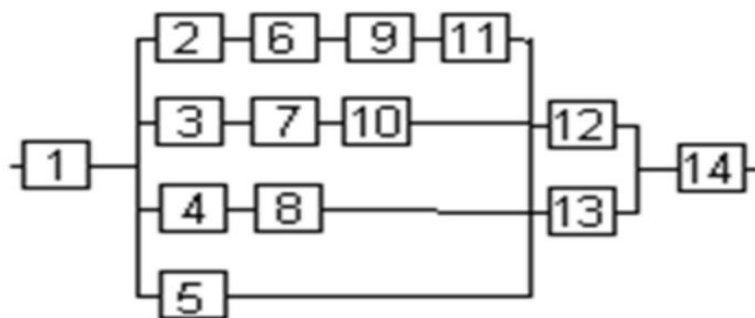


Рисунок 5 – Электрическая цепь задачи № 3

Решение

Событие X – безотказная работа системы

Первым шагом преобразовали цепь путем разбиения ее на 8 групп (рис.6):

X_1 – состоит из элемента 1;

X_2 – состоит из элементов 2, 6, 9 и 11;

X_3 – состоит из элементов 3, 7, 10;

X_4 – состоит из элементов 4 и 8;

X_5 – состоит из элемента 5;

X_6 – состоит из элемента 12;

X_7 – состоит из элемента 13;

X_8 – состоит из элемента 14.

Тогда $X = X_1 \cdot (X_2 + X_3 + X_4 + X_5) \cdot (X_6 + X_7) \cdot X_8$

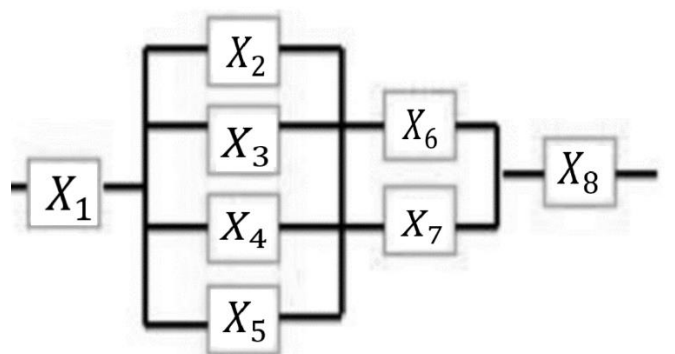


Рисунок 6 – Преобразование системы

Вторым шагом найдем вероятность работы для каждой группы

$$X_1 = P(X_1) = p_1 = 0,7$$

$$X_2 = P(X_2) = p_2 \cdot p_6 \cdot p_9 \cdot p_{11} = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,7 = 0,252$$

$$X_3 = P(X_3) = p_3 \cdot p_7 \cdot p_{10} = 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,144$$

$$X_4 = P(X_4) = p_4 \cdot p_8 = 0,9 \cdot 0,4 = 0,36$$

$$X_5 = P(X_5) = p_5 = 0,1$$

$$X_6 = P(X_6) = p_{12} = 0,7$$

$$X_7 = P(X_7) = p_{13} = 0,6$$

$$X_8 = P(X_8) = p_{14} = 0,5$$

В преобразованной схеме группы X_2, X_3, X_4, X_5 и X_6, X_7 образуют параллельное соединение. Что позволяет объединить их в группы (рис.7).

X_9 – состоит из элементов X_2, X_3, X_4 и X_5 ;

X_{10} – состоит из элементов X_6 и X_7 .

Тогда $X = X_1 \cdot X_9 \cdot X_{10} \cdot X_8$

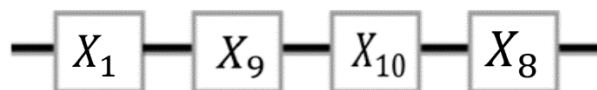


Рисунок 7 – Преобразование системы

Третьим шагом найдем вероятность работы для новых сформированных групп.

$$X_9 = P(X_9) = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 = 0,252 \cdot 0,144 \cdot 0,36 \cdot 0,1 = 0,001306$$

$$X_{10} = P(X_{10}) = X_6 \cdot X_7 = 0,7 \cdot 0,6 = 0,42$$

Итоговое соединение последовательное, поэтому получаем

$$P(X) = P(X_1 \cdot X_9 \cdot X_{10} \cdot X_8) = P(X_1) \cdot P(X_9) \cdot P(X_{10}) \cdot P(X_8) = 0,7 \cdot 0,001306 \cdot 0,42 \cdot 0,5 = 0,000191982$$

Следовательно, надежность такой составляет менее 1%

4 Выводы

В данной работе было рассмотрено применение теории вероятности для расчёта прохождения тока в электрических цепях. Было проведено исследование вероятности безотказной работы схем, учитывая их конструкцию, будь то последовательное или параллельное соединение.

Библиографический список

1. Ран Н. А., Антипов А. В., Городничева Е. В. Применение элементов теории вероятностей при решении задач электроэнергетики // Самарский научный вестник. 2022. Т. 11, № 2. С. 315-319.
2. Гулай Т. А., Полуянов И. А., Чеканов И. И. Применение теории вероятностей в электроэнергетике // Научное обозрение. Педагогические науки. 2019. № 4-3. С. 45-48.
3. Бородин С. В., Каитов М. Р. Применение элементов теории вероятности в системах электроснабжения //Международный студенческий научный вестник. 2018. №. 3-1. С. 50-52.
4. Грачева Е. И., Садыков Р. Р. Исследование вероятностных характеристик систем электроснабжения //Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2017. Т. 19. №. 1-2. С. 95-101.