

Нахождение токов в электрических цепях методом узловых потенциалов на основе матрично-топологического подхода

Чжоу Валентина Юйляновна

Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема

Студент

Аннотация

Целью работы является описание способа нахождения токов в электрических цепях с использованием метода узловых потенциалов на основе матрично-топологического подхода. В качестве методов применяются аппараты теории графов, матричные представления электрических цепей и алгоритмы узлового анализа, позволяющие формализовать процесс расчёта. В результате получен универсальный алгоритм расчёта токов в линейных электрических цепях, позволяющий упростить анализ схем и повысить эффективность вычислений.

Ключевые слова: электротехника, метод узловых потенциалов, матрично-топологический метод

Determining currents in electrical circuits using the nodal potential method based on a matrix-topological approach.

Chzhou Valentina Yuylyanovna

Sholom-Aleichem Priamursky State University

Student

Abstract

The aim of this work is to describe a method for finding currents in electrical circuits using the nodal potential method based on a matrix-topological approach. The research methods employed include graph theory, matrix representations of electrical circuits, and nodal analysis algorithms, which allow for the formalization of the calculation process. As a result, a universal algorithm for calculating currents in linear electrical circuits has been obtained, which simplifies circuit analysis and increases computational efficiency.

Keywords: electrical engineering, Kirchhoff's laws, matrix-topological method

1. Введение

1.1 Актуальность исследования

Современные электрические и электронные системы характеризуются высокой сложностью, большим числом элементов и разветвлённой структурой связей. Это требует применения эффективных и формализованных методов анализа электрических цепей, обеспечивающих точность расчётов и возможность их автоматизации. Одним из таких методов является метод

узловых потенциалов, широко используемый при анализе линейных и нелинейных электрических цепей.

Использование матрично-топологического подхода при реализации метода узловых потенциалов позволяет систематизировать описание структуры электрической цепи, упростить процесс формирования уравнений и повысить наглядность вычислений. Представление цепи в виде топологических матриц делает возможным применение современных вычислительных средств и алгоритмов линейной алгебры, что особенно важно при анализе многозвенных и сложных схем.

1.2 Обзор исследований

В. Г. Шашеро, В. В. Селезнев, А. С. Пилипенко рассматривают использование законов Кирхгофа как универсальный метод расчета электрических цепей [1]. В статье М. А. Кочетыгов, М. М. Гонцова рассматривается альтернативный метод решения сложных электрических цепей, который заключается в записи единственного уравнения функционала мощности и дальнейшей его минимизации одной из стандартных функций MathCAD [2]. И. Ю. Аникин, П. В. Емельянов, Е. Е. Христич рассказывают об построение математической модели электрической цепи методом узловых потенциалов [3]. Рассмотрели процесс получения топологических матриц и с помощью аппарата матричных исчисления рассчитали узловые токи и узловые потенциалы электрической цепи, на основе I и II законов Кирхгофа в своей работе В. И. Сироткина, К. М. Сеферова [4]. А. В. Сапсалева, В. В. Богданов, Д.В. Макаров рассмотрели возможности матричного формирования основных топологических законов электрических схем на основе орграфа электрической цепи [5].

1.3 Цель исследования

Цель работы – описание способа нахождения токов в электрических цепях с использованием метода узловых потенциалов на основе матрично-топологического подхода.

2 Материалы и методы

Использованы базовые положения теории электрических цепей, линейной алгебры и топологии графов, а также математический аппарат матричного анализа. Электрическая цепь представляется в виде ориентированного графа, на основе которого формируются матрицы сопротивления и проводимостей, позволяющие компактно описать топологию соединений и параметры элементов.

3 Результаты и обсуждения

Современный анализ электрических цепей требует не только строгой теоретической базы, но и эффективных вычислительных методов, особенно при работе со схемами большой размерности. Усложнение структуры электрических сетей приводит к необходимости использования

формализованных подходов, которые позволяют систематизировать расчёты и снизить трудоёмкость получения результатов.

Когда количество ветвей и узлов в электрической схеме значительно возрастает (рис.1), применение классического метода уравнений Кирхгофа становится громоздким и неудобным, так как требует составления и решения систем алгебраических уравнений высокого порядка. В связи с этим в электротехнике получили развитие методы, направленные на уменьшение порядка системы линейных алгебраических уравнений за счёт использования свойств структуры схемы. Такие методы получили название матрично-топологических, поскольку они основаны на представлении электрической цепи в виде графа и использовании матричного аппарата. Топологические методы особенно удобны при компьютерной реализации, так как позволяют автоматизировать процесс формирования уравнений и повысить вычислительную эффективность анализа сложных цепей.

Таблица 1 – Исходные данные

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	E_1	E_2	E_3	J
Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	А
8	12	17	15	11	8	15	11	80	150	100	0,7

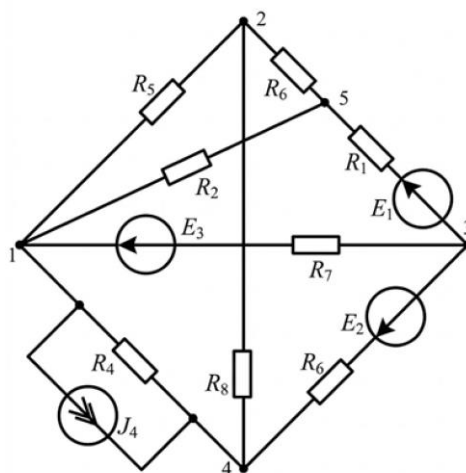


Рисунок 1 – Схема

Прежде всего рисуется ненаправленный (неориентированный) топологический граф схемы. Рисуются ветви схемы без элементов, причем, рисуются только те ветви схемы, элементы которых имеют конечное сопротивление. Затем задается направление токов, и граф становится направленным (ориентированным) (рис.2). Следующим этапом нужно составить узловую матрицу, задавшись базовым узлом.

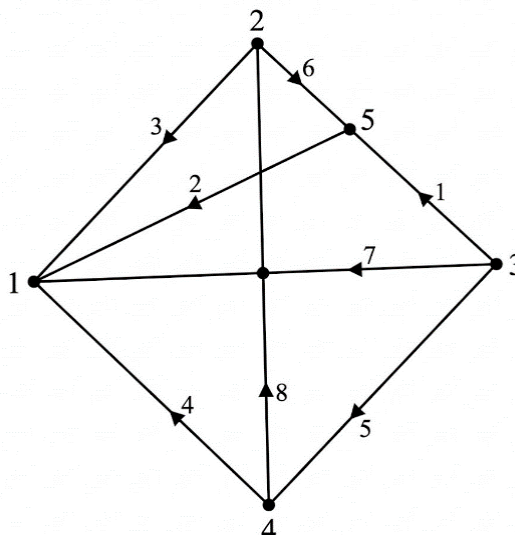


Рисунок 2 – Ориентированный граф схемы

Базовый узел – это узел, потенциал которого равен некой постоянной величине, в частности нулю [6]. Возьмем пятый узел базовым узлом. Тогда сформируем узловую матрицу A по следующему правилу: если ток ветки подтекает к узлу, то ставим -1 , если ток ветки оттекает от узла, то ставим 1 , если ветвь не имеет связи с узлом, то ставим 0 .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Важными также являются диагональные матрицы сопротивлений $\text{diag}(R)$ и проводимости $\text{diag}(g)$, матрицы ЭДС и источников тока

Диагональная матрица сопротивлений состоит только из диагональных элементов, элементами которой являются величины сопротивлений ветвей. То есть первый диагональный элемент – это результирующее сопротивление первой ветви, второй диагональный элемент – это результирующее сопротивление второй ветви и так далее.

Диагональная матрица проводимостей – матрица обратная диагональной матрице сопротивлений $\text{diag}(g) = \text{diag}(R)^{-1}$

Топологическая матрица ЭДС – это столбцевая матрица, количество элементов которой равно количеству ветвей схемы без источников тока. Элементы матрицы ЭДС формируются по следующему правилу: если ЭДС в ветви отсутствует, то ставим 0 , если направление ЭДС совпадает с направлением тока в ветви, то ставим ЭДС с положительным знаком, в противном случае ставим ЭДС с отрицательным знаком.

Топологическая матрица источников тока является столбцевой матрицей, количество элементов которой равно количеству ветвей схемы без источников тока. Элементы матрицы источников тока формируются также как матрица ЭДС: если источник тока соединён параллельно i – той ветви с током I_i и направление источника тока совпадает с направлением тока I_i , то в этом

случае ставим величину источника тока с положительным знаком. Если направление источника тока не совпадает с направлением тока в ветви I_i , то ставим величину источника тока с отрицательным знаком. И, наконец, если источник тока отсутствует, то ставим нуль.

$$\text{diag}(R) = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\text{diag}(g) = \begin{pmatrix} 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,083 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,059 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,067 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,09 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,125 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,067 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,09 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 80 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 150 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} \quad J = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Первоначально находим эквивалентную матрица ЭДС, так как присутствуют источники тока:

$$E' = E + \text{diag}(R) \cdot J = (80 \quad 0 \quad 0 \quad -10,5 \quad 150 \quad 0 \quad 100 \quad 0)^T$$

Находим потенциал узлов с помощью топологической узловой матрицы:

$$\varphi = (A \cdot \text{diag}(g) \cdot A^T)^{-1} A \cdot \text{diag}(g) \cdot E' = (-8,31 \quad -10,43 \quad 98,97 \quad -27,13)^T$$

Находим напряжение на ветвях:

$$U = A^T \varphi + E' = (178,97 \quad 8,31 \quad -2,12 \quad -29,32 \quad 276,1 \quad -10,43 \quad 207,28 \quad -16,7)^T$$

Определяем токи в ветвях:

$$I = \text{diag}(g) \cdot U - J = (2,11 \quad 0,84 \quad -0,1 \quad -1,5 \quad -2,7 \quad 1,25 \quad -0,6 \quad -1,2)^T$$

4 Выводы

В работе рассмотрено нахождение токов в электрических цепях методом узловых потенциалов с применением матрично-топологического подхода, что позволяет формализовать процесс анализа и повысить его универсальность.

Библиографический список

1. Шашеро В. Г., Селезнев В. В., Пилипенко А. С. Метод, основанный на использовании законов Кирхгофа, как универсальный метод расчета электрических цепей // Теория и практика современной науки. 2017. № 11(29). С. 385-389.
2. Кочетыгов М. А. Функционал мощности. Метод узловых потенциалов // Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании: Материалы XII Международной научно-практической конференции-конкурса. В 2-х томах, Тюмень, 02–03 апреля 2025 года. Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2025. С. 38-43.
3. Аникин И. Ю., Емельянов П. В., Христич Е. Е. Построение математической модели электрической цепи методом узловых потенциалов // Закономерности и тенденции развития науки в современном обществе: сборник статей Международной научно-практической конференции: в 3-х частях, Тюмень, 15 марта 2016 года. Том Часть 3. Тюмень: Общество с ограниченной ответственностью "Аэтерна", 2016. С. 6-8.
4. Сироткина В. И., Сеферова К. М. Построение математической модели электрической цепи методом узловых потенциалов // Инновационные процессы в науке и технике XXI века: Материалы XV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, учёных, педагогических работников и специалистов-практиков. В 2-х томах, Нижневартовск, 21 апреля 2017 года / Ответственный редактор О.Н. Дроконова. Т. 2. Нижневартовск: Тюменский индустриальный университет, 2018. С. 44-48.
5. Сапсалева А. В., Богданов В. В., Макаров Д. В., Матрично-топологическое формирование метода контурных токов // Дистанционное и виртуальное обучение. 2015. № 2(92). С. 74-83.
6. Белуха В. Ф., Костин В. Е., Саразов А. В., Худяков К. В. Курс лекций по теоретической механике: Электронное учебное пособие. Волгоград: Волгоградский государственный технический университет, 2013. 78 с.