

Разработка обучающей программы нахождения максимального потока в сети

Кискина Ирина Алексеевна

Ярославский государственный педагогический университет

им. К.Д.Ушинского

Студент

Корнилов Петр Анатольевич

Ярославский государственный педагогический университет

им. К.Д.Ушинского

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры теории и методики обучения информатике

Аннотация

Была разработана программа, визуализирующая алгоритмы решения задачи нахождения максимального потока в сети. В работе рассматриваются алгоритм Эдмондса-Карпа и алгоритм «поднять и в начало». Для каждого алгоритма присутствует режим обучения, а для алгоритма Эдмондса-Карпа возможность проверки знаний в программе и создания вариантов контрольной работы для работы на уроке. Режим обучения проходит с пошаговым разбором алгоритма. Помимо этого, каждый алгоритм включает в себя историю алгоритма и теоретический материал, а также возможность создания своего графа, для разбора алгоритма.

Ключевые слова: максимальный поток, алгоритм Эдмондса-Карпа, алгоритм «поднять и в начало», обучение, проверка знаний, граф.

Develop a training program to determine the maximum flow in the network

Kiskina Irina Alekseevna

Yaroslavl state pedagogical university after K.D.Ushinsky

Student

Kornilov Petr Anatolievich

Yaroslavl state pedagogical university after K.D.Ushinsky

candidate of physico-mathematical sciences, associate Professor, associate Professor of theory and methodology of teaching Informatics

Abstract

A program was developed that visualizes algorithms for solving the problem of finding the maximum flow in a network. In this paper we consider the Edmonds-Karp algorithm and the «relabel to front» algorithm. For each algorithm there is a learning mode, and for the Edmonds-Karp algorithm - to check the knowledge in

the program and create tasks for the lesson. The training mode is performed with a step-by-step analysis of the algorithm. In addition, each algorithm includes the history of the algorithm and a description of the theoretical material, as well as the ability to create your own graphics for analysis of the algorithm.

Keywords: maximum flow, Edmonds-Karp algorithm, algorithm «relabel to front», training, check of knowledge, graph.

Введение

Задача нахождения максимального потока является компонентом многих логических задач и главным пунктом курсов введения в теорию алгоритмов.

Под объектами могут подразумеваться пакеты данных, путешествующие по интернету, или коробки с товарами, которые везут по автомагистралям. Соответственно, их перемещения могут быть ограничены пропускной способностью соединений сети или скоростью транспорта на загруженных дорогах.

Тема «Нахождение максимального потока в сети» изучается на младших курсах университетов по таким дисциплинам, как дискретная математика и теоретические основы информатики. Также данная тема дается на самостоятельное изучение в старших классах с углубленным изучением информатики. Нередко у учащихся возникают трудности при изучении данной темы.

Таким образом, целью нашей работы стала разработка программы, помогающей в изучении и усвоении темы нахождения максимального потока при помощи алгоритмов «Эдмондса-Карпа» и «Поднять и в начало».

В соответствии с целью были поставлены следующие задачи:

1. Составление программы, помогающей пошагово разобрать построение графа и решение задачи о максимальном потоке при помощи алгоритма «Эдмондса-Карпа»;
2. Составление программы, помогающей проверить уровень усвоенного материала;
3. Изучение материала по теме нахождения максимального потока при помощи алгоритма «Поднять и в начало»;
4. Составление программы, помогающей пошагово разобрать построение графа и решение задачи о максимальном потоке при помощи алгоритма «Поднять и в начало».

1. Основы нахождения максимального потока в сети.

1.1 Определение потока в сети

Теория потоков в сетях – одно из современных направлений развития компьютерных наук в целом, и теории графов в частности. Многие комбинаторные задачи и линейные программы могут быть сформулированы и эффективно решены в терминах потоков.

Например:

- Задача выбора маршрута;

- Задача коммивояжёра;
- Задача о ранце;
- Задача раскроя;
- Задача о назначениях.

Сеть представляет собой специальный вид графа. Она состоит из вершин и ребер. В практических задачах каждая вершина сети соответствует фабрике, складу, компьютеру, географическому или какому-либо другому объекту. Ребро соединяет пару вершин, в соответствии с дорогами, кабелями или другими каналами связи. В теории потоков, каждое ребро имеет пропускную способность, которая ограничивает количество информации (грузов, товаров и т.д.) которое может быть одновременно переправлено по этому ребру. В сети также выделены терминальные вершины. Они могут быть двух типов – источники и стоки.

Наглядно сеть можно представить себе как разветвленный трубопровод. Вершинами будут начала (источники) и концы (стоки) трубопровода, а также промежуточные узловые точки. Ребрами – трубы. Поток в сети соответствует жидкости, перемещаемой по трубопроводу.

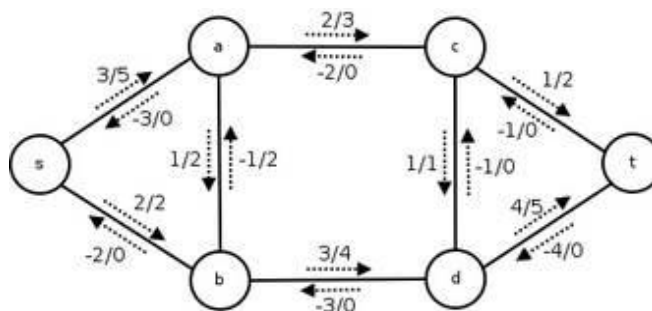


Рисунок 1 – Поток в сети

Ошибка! Источник ссылки не найден.

1.2 Алгоритмы нахождения максимального потока в сети

Первая, и самая естественная задача теории потоков – это организовать поток так, чтобы доставлять наибольшее количество потока из источника в сток. Эта задача получила название задачи о максимальном потоке.

Задача о максимальном потоке в сети изучается уже более 60 лет.

Год	Автор	Оценка
1951	Dantzig	$O(n^2mU)$
1956	Ford & Fulkerson	$O(nmU)$
1970	Edmonds and Karp	$O(nm^2)$
1970	Dinic	$O(n^2m)$
1972	Edmonds and Karp	$O(m^2\text{Log}U)$
1973	Dinic Gabow	$O(nm\text{Log}U)$
1974	Karzanov	$O(n^3)$
1977	Cherkasky	$O(n^2m^{1/2})$
1978	Malhotra, Pramodh Kumar, and Maheshwari	$O(n^3)$
1978	Galil	$O(n^{5/3}m^{2/3})$
1978	Galil & Naamad Shiloach	$O(nm\text{Log}^2n)$
1980	Sleator and Tarjan	$O(nm\text{Log}n)$
1982	Shiloach & Vishkin	$O(n^3)$
1984	Tarjan	$O(n^3)$
1985	Goldberg	$O(n^3)$
1986	Goldberg & Tarjan	$O(nm\text{Log}(n^2/m))$
1987	Ahuja and Orlin	$O(nm + n^2\text{Log}U)$
1987	Ahuja et al.	$O(nm\text{Log}(n(\text{Log}^{1/2}U)/m))$
1989	Cheriyani, Hagerup & Mehlhorn	$E(nm + n^2\text{Log}^2n)$
1990	Cheriyani et al.	$O(n^3/\text{log}n)$
1990	Alon	$O(nm + n^{8/3}\text{Log}n)$
1992	King, Rao & Tarjan	$O(nm + n^{2+\epsilon})$
1993	Phillips & Westbrook	$O(nm(\text{Log}_{m/(l\text{og}n)}n))$
1997	Goldberg & Rao	$O(\min\{n^{2/3}, n^{1/2}\}m \text{Log}(n^2/m)\text{Log}U)$

Рисунок 2 – История задачи

1.3 Алгоритм Эдмондса-Карпа

Алгоритм Эдмондса-Карпа решает задачу нахождения максимального потока в транспортной сети. Алгоритм представляет собой частный случай метода Форда-Фалкерсона [4].

В 1969 году Эдмондсом и Карпом была предложена модификация алгоритма, позволяющая получить гарантированное время работы алгоритма ($n*m^2$) следующим способом: на каждом шаге путь из источника в сток нужно выбирать не произвольный, а кратчайший [2].

1.4 Алгоритм «Поднять и в начало»

Алгоритм проталкивания предпотока решает задачу нахождения максимального потока в транспортной сети. Алгоритм не является частным случаем алгоритма Форда-Фалкерсона. Реализованный без специальных усовершенствований, алгоритм выполняется за время. Впервые алгоритм был опубликован в 1986 году Гольдбергом (Andrew W. Goldberg) и Тарьяном.

2. Разработка программной среды

2.1 Начало работы

В начале работы, предлагается выбрать, какой алгоритм будет изучать учащийся.

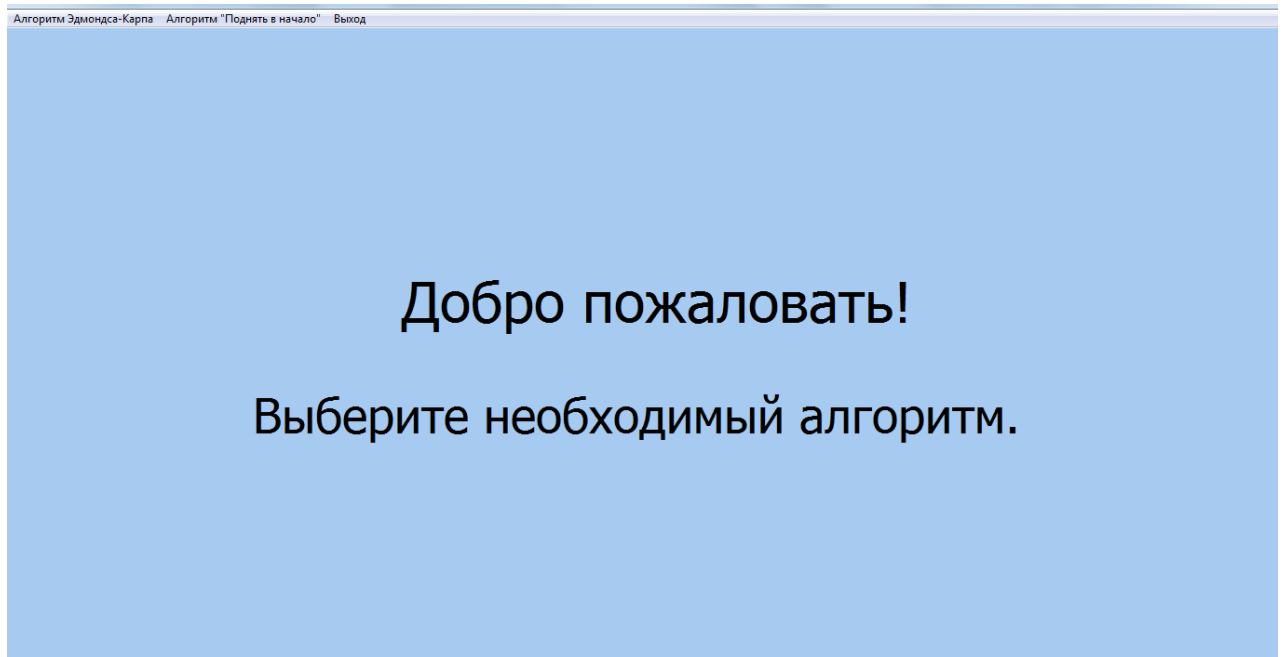


Рисунок 3 – Начало работы

2.2 Алгоритм Эдмондса-Карпа

В программе есть несколько вариантов начала работы (загрузить граф из файла, нарисовать граф самостоятельно, либо использовать случайный граф).

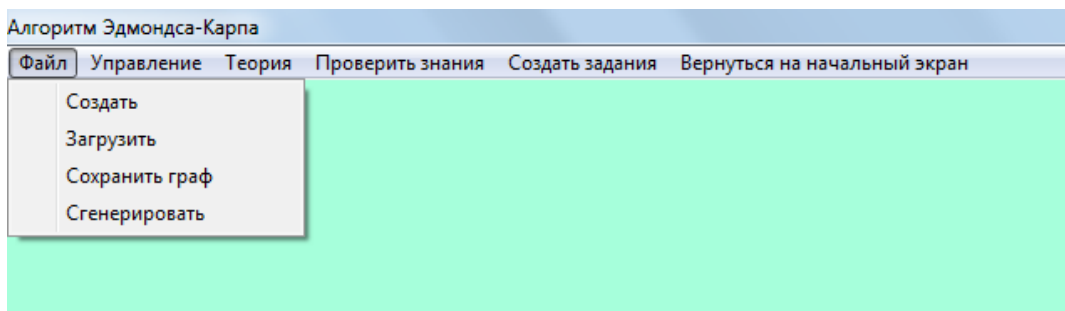


Рисунок 4 – Загрузка

После создания графа есть возможность его сохранить для повторного использования.

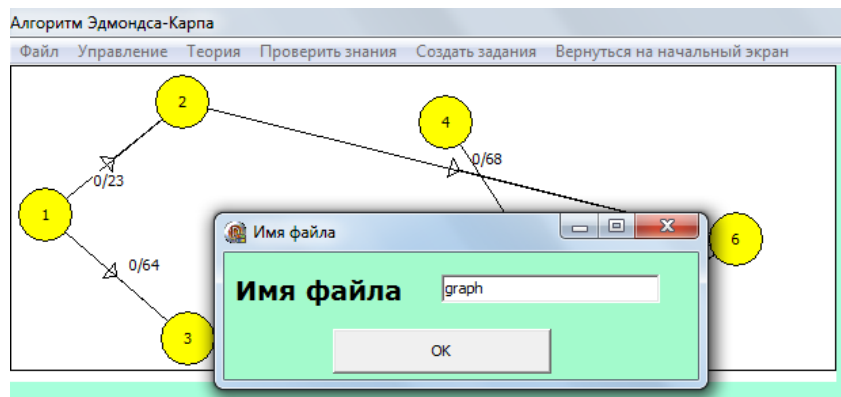


Рисунок 5 – Сохранение графа

Далее необходимо выбрать режим работы (по шагам или без шагов).

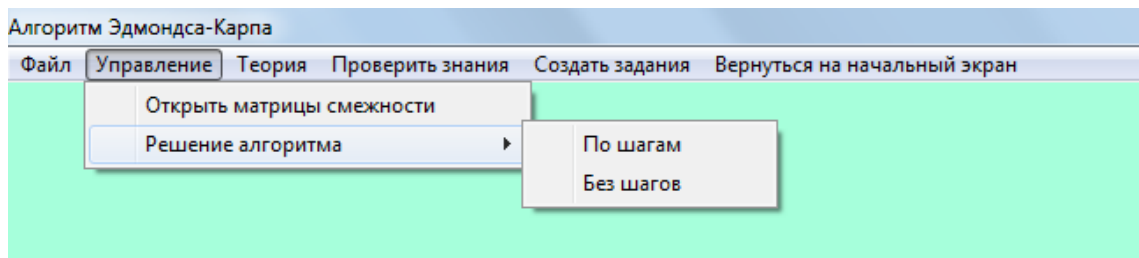


Рисунок 6 – Режим работы

При выборе режима «Без шагов» появляется решение и конечный ответ.

При выборе режима «По шагам» появляется кнопка «Старт», при нажатии на которую появляются стрелки «Вперед» и «Назад», помогающие передвигаться по алгоритму в нужном направлении. К каждому шагу выполнения алгоритма предоставляется объяснение.

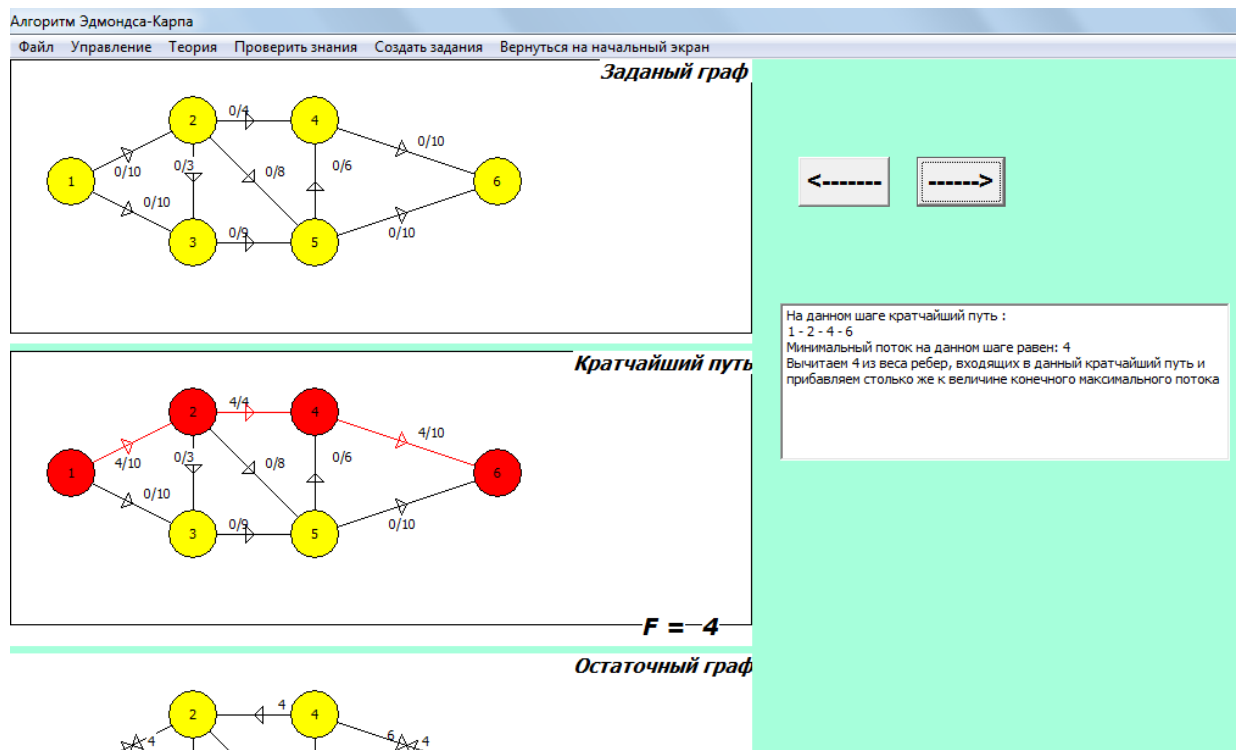


Рисунок 6 – Изучение по шагам

В процессе работы, пользователь может просмотреть матрицы смежности и пропускной способности.

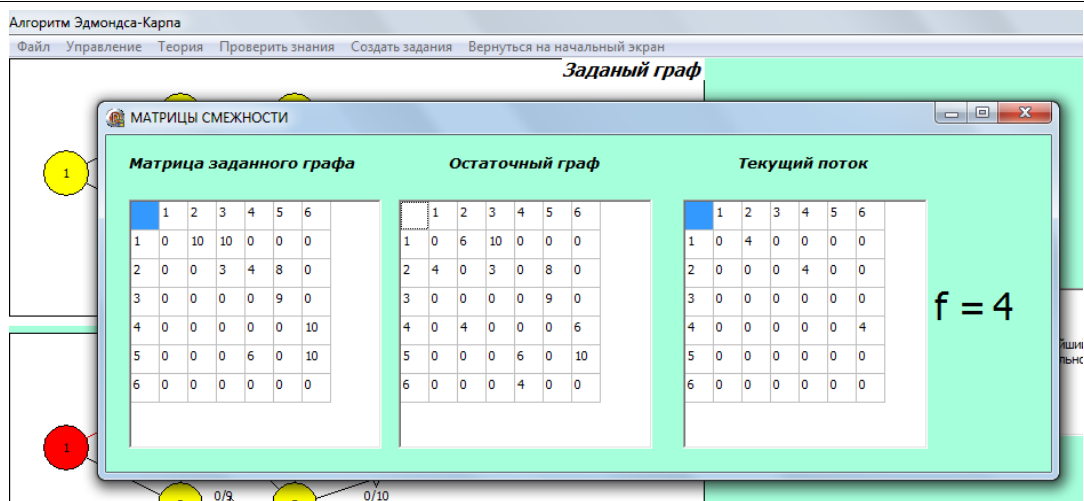


Рисунок 7 – Матрицы

При выборе пункта меню «Теория» появляется форма с теорией по теме «Алгоритм Эдмондса-Карпа».

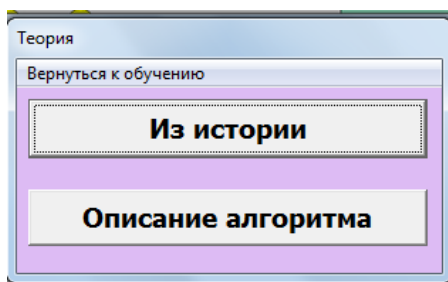


Рисунок 8 – Теория

Программа предназначена не только для изучения темы «Алгоритм Эдмондса-Карпа», но и для проверки полученных по данной теме знаний. В разделе «Проверка знаний» ученику предоставляется несколько заданий, решив которые он сможет оценить уровень усвоения материала. После выполнения заданий, можно узнать отметку и номера верно решенных заданий (в текстовом документе control.txt, находящемся в корне программы).

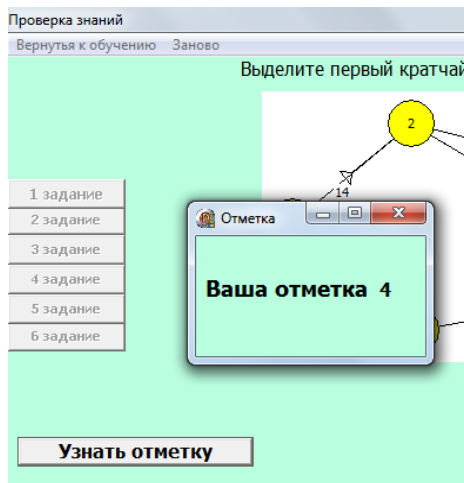


Рисунок 9 – Отметка

Так же программа может быть использована учителем при составлении контроля учащихся. Создаются и сохраняются в файл варианты заданий контроля и ответы (в другой файл).

2.3 Алгоритм «Поднять и в начало»

В программе также есть 2 варианта начала работы (загрузить граф из файла или нарисовать граф самостоятельно).

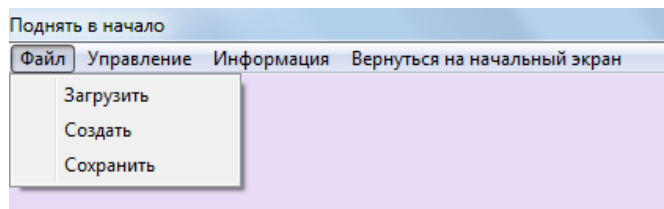


Рисунок 10 – Загрузка2

В процессе работы есть возможность сохранить используемый граф.

При сохранении графа открывается форма, на ней в поле Edit необходимо ввести имя сохраняемого графа. Сохранятся количество вершин графа, начальная матрица смежности и координаты вершин графа.

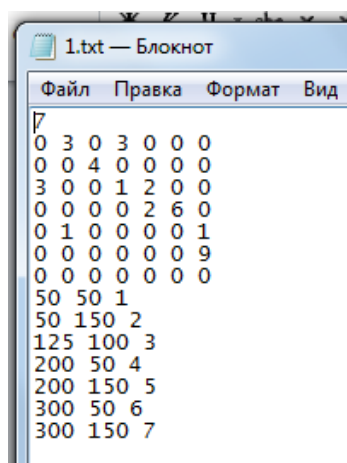


Рисунок 11 – Пример сохраненного графа

Далее необходимо выбрать режим работы (по шагам или без шагов).

При выборе режима «Без шагов» появляется решение и конечный ответ.

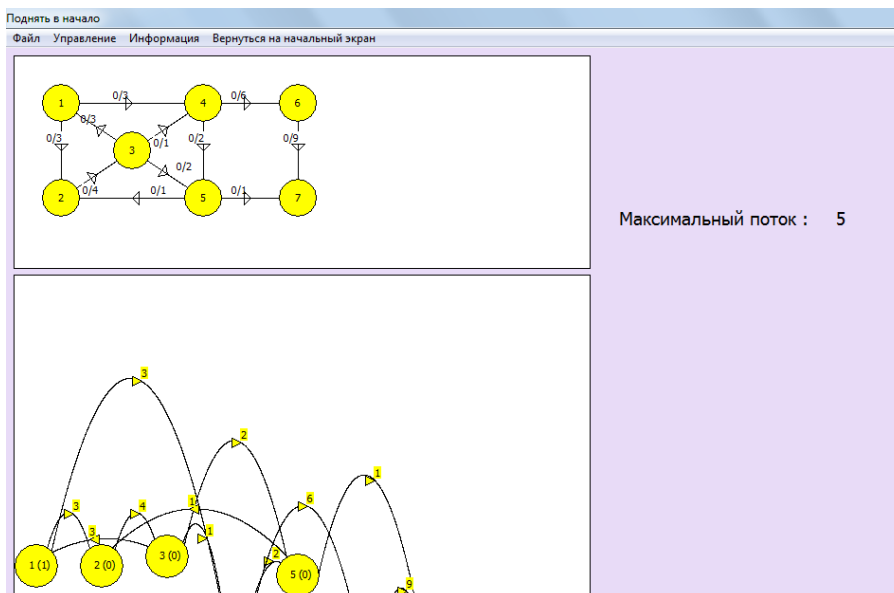


Рисунок 12 – Конечный ответ

При выборе режима «По шагам» появляется кнопка «Старт», при нажатии на которую появляются стрелки «Вперед» и «Назад», помогающие передвигаться по алгоритму в нужном направлении. К каждому шагу выполнения алгоритма предоставляется объяснение.

В процессе работы, пользователь может просмотреть матрицы смежности и пропускной способности.

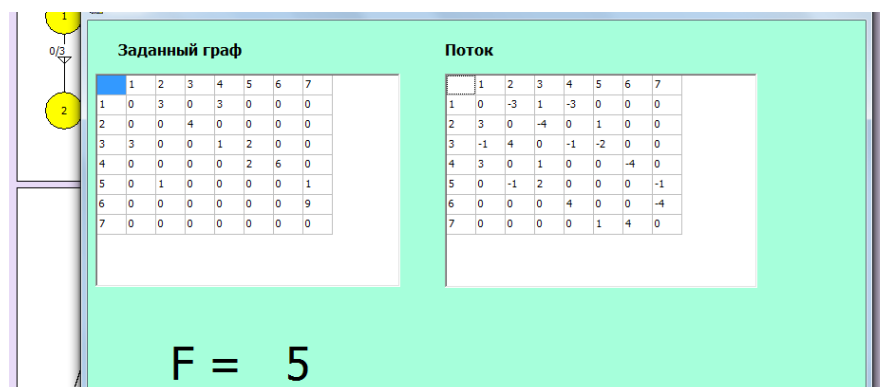


Рисунок 13

При выборе пункта меню «Теория» появляется форма с теорией по теме «Алгоритм поднять и в начало».

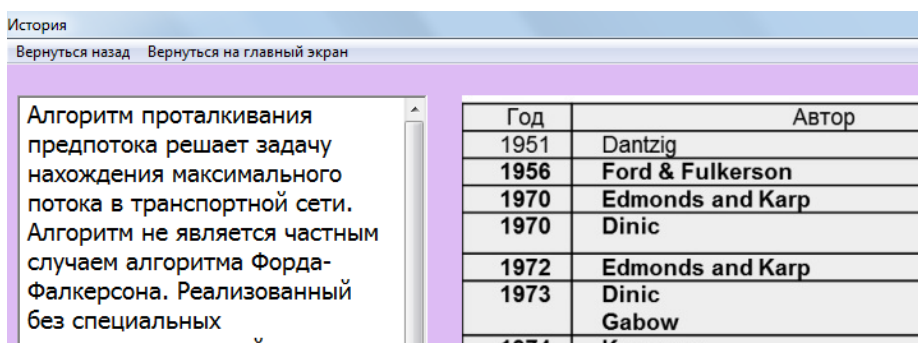


Рисунок 14

Заключение

В ходе выполнения работы была создана программа, отвечающая поставленной цели, она может быть использована для демонстрации и обучения в школах и ВУЗах алгоритмам нахождения максимального потока в сети. Программа имеет возможность контроля знаний, что помогает оценить уровень усвоения материала. Так же программа может облегчить работу педагога, при составлении контроля для учащихся.

Библиографический список

1. Кормен Т., Лейзесон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001
2. Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях. Перевод с английского И.А. Вайнштейна. М: Мир, 1966
3. Wikipedia, the Free Encyclopedia <http://en.wikipedia.org>
4. Алголист. <http://algotlist.manual.ru/maths/graphs/maxflows/>
5. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. М.: Ижевск: РХД, 2001