

Расчет прогиба плоской фермы с нисходящими раскосами и стойками

Грибова Ольга Валерьевна

НИУ «МЭИ»

Ассистент

Аннотация

Плоская статически определимая ферма загружена по нижнему или верхнему поясу равномерной нагрузкой. Особенность решетки фермы – длинные раскосы, пересекающие стойки трех панелей. Зависимость прогиба фермы от числа панелей выводится методом индукции с применением специальных операторов системы компьютерной математики Maple. Прогиб находится с помощью формулы Максвелла - Мора.

Ключевые слова: ферма, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

Calculation of the deflection of a flat, statically determinate continuous truss with two spans

Gribova Olga Valeryevna

NRU «MPEI»

Assistant

Abstract

A flat statically determinate truss is loaded on the lower or bottom belt by a uniform load. The feature of the lattice of the truss is a long slant that crosses the racks of the three panels. The dependence of the deflection of a truss on the number of panels is derived by induction using special operators of the computer mathematic system Maple. The deflection is found using the Maxwell-Mora formula.

Keywords: truss, Maxwell's - Mohr formula, deflection, kinematic variability, induction, Maple

В ферме с n панелями в половине пролета число стержней – $n_s = 8n$, включая три стержня, моделирующие опоры (рис. 1). Число внутренних шарниров – $m = 4n$.

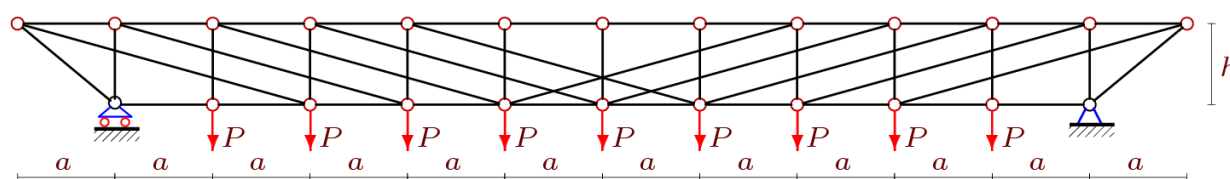


Рисунок 1 — Ферма при $n=6, k=5$. Нагрузка на нижний пояс

Для определения усилий в стержнях фермы воспользуемся программой [1], отлаженной при решении подобных задач для плоских [2-10] и пространственных [11-16] ферм. Стержни и узлы нумеруются (рис. 2).

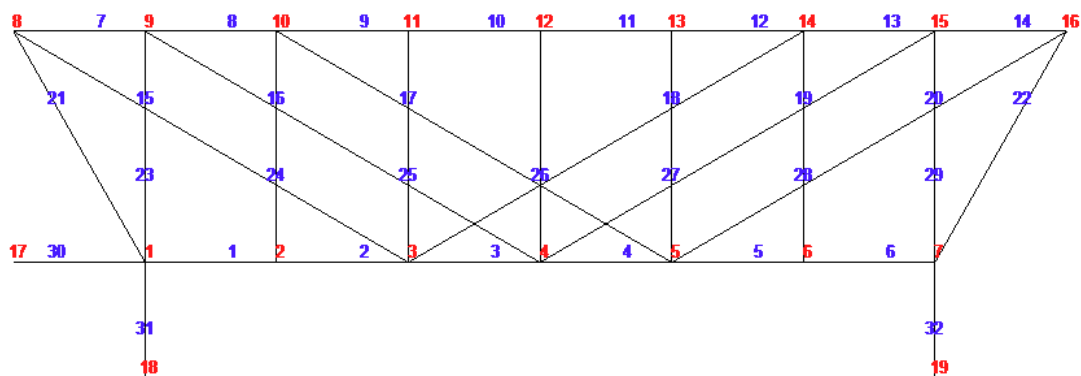


Рисунок 2 — Нумерация узлов и стержней при $n=4$

Ввод координат в системе Maple, на языке которой написана программа, применительно к данной ферме имеет вид:

```
for i to 2*n-1 do x[i]:=a*i: y[i]:=0: end:
for i to 2*n+1 do x[i+2*n-1]:=a*i-a: y[i+2*n-1]:=h: end:
```

Схема решетки задается по аналогии с заданием графа с помощью векторов, задающих номера концов соответствующих стержней. Сначала в цикле по i задаются стержни нижнего пояса:

```
> for i to 2*n-2 do N[i]:=[i,i+1]; od:
```

Затем верхнего пояса:

```
> for i to 2*n do N[i+2*n-2]:=[i+2*n-1,i+2*n]; od:
```

Стержни решетки:

```
> for i to n-1 do
```

```
> N[i+4*n-2]:=[i+2,i+2*n-1];
```

```
> N[i+5*n-3]:=[i+n-2,i+3*n+1];
```

```
> od:
```

```
> for i to 2*n-1 do N[i+6*n-2]:=[i+2*n,i]; od:
```

Отдельно задаются два крайних стержня

```
N[6*n-3]:=[1,2*n]: N[6*n-2]:=[2*n-1,4*n]:
```

В программе в символьном виде решается система линейных уравнений и получаются выражения для усилий в стержнях и реакции опор, которые тоже входят в число неизвестных системы уравнений. Эти значения подставляются в формулу Максвелла – Мора, имеющую вид:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Здесь обозначено: $S_i^{(P)}$ — усилия в стержнях от заданной нагрузки, l_i — длины стержней, $S_i^{(1)}$ — усилия от единичной силы, приложенной к узлу нижнего пояса в середине левого пролета, EF — жесткость стержней.

Единичную вертикальную силу прикладываем к узлу в середине пролета в точке, вертикальное смещение которой разыскивается. Решение имеет вид

$$\Delta = (Aa^3 + Cc^3 + Hh^3 + Gf^3) / (4h^2EF), \quad (1)$$

где $c = \sqrt{9a^2 + h^2}$, $f = \sqrt{a^2 + h^2}$, а коэффициенты определяются методом индукции. При этом было замечено, что для чисел панелей 5, 8, 11, 14 ... определитель системы уравнений обращается в нуль. Это свидетельствует о кинематической изменяемости этой конструкции при таком числе панелей. Ранее этот эффект был обнаружен в плоских фермах различного вида [18-28]. Избегая указанных значений числа панелей, строится зависимость $n = (5 - (-1)^k + 6k) / 4$. Закономерность образования коэффициентов находится по последовательности при $k=1,2,3 \dots$. Расчет серии ферм с выявляет последовательности коэффициентов при a^3, c^3, h^3 и f^3 . Операторы системы Maple `rgf_findrecur` и `rsolve` дают следующие закономерности

$$A = (135k^4 + 90(1 - (-1)^k)k^3 + (153 - 45(-1)^k)k^2 + (110 - 398(-1)^k)k + (387(1 - (-1)^k) / 2) / 16,$$

$$C = (2k^2 + 2(1 - (-1)^k)k - (-1)^k + 1) / 4,$$

$$H = (2k^2 - 4k + 3 + (-1)^k) / 4,$$

$$G = (1 - (-1)^k)k.$$

На рисунке 3 даны кривые зависимости безразмерного прогиба $\Delta' = \Delta EF / (P_0 L)$ от числа панелей при разных высотах h (в метрах) и длине пролета $L = 2na = 60$ м. Обозначено $P_0 = P(2n - 3)$ — суммарная нагрузка на ферму. Зависимости обнаруживают заметные скачки, обусловленные наличием слагаемых с коэффициентом $(-1)^k$.

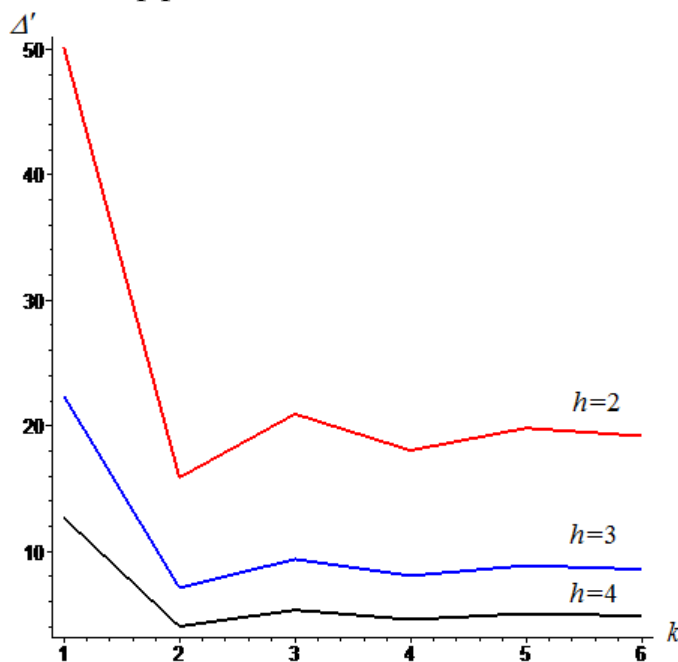


Рисунок 3 — Зависимость прогиба от числа панелей

Для случай загрузки верхнего пояса фермы (рис. 4) решение будет иметь тот же вид (1), но с коэффициентами

$$A = (135k^4 + 90(1 - (-1)^k)k^3 + 9(1 - 5(-1)^k)k^2 + (62 - 350(-1)^k)k +$$

$$- (371((-1)^k - 1) / 2) / 16,$$

$$C = (2k^2 + 2(1 - (-1)^k)k - (-1)^k + 1) / 4,$$

$$H = (2k^2 + 4k - 5 + (-1)^k) / 4,$$

$$G = (1 - (-1)^k)(2 + k).$$

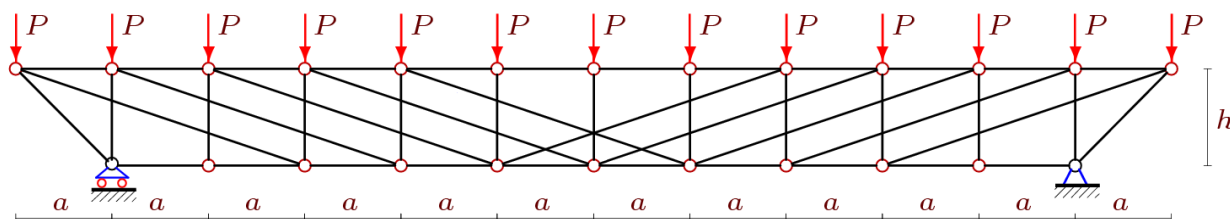


Рисунок 4 — Ферма при $n=6$, $k=5$. Нагрузка на верхний пояс

Библиографический список

1. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Широков А.С. Аналитический расчет смещения опоры балочной фермы с верхними шпренгелями // Строительная механика и конструкции. 2017. №2(15). С. 11-14.
3. Широков А. С. Индуктивный вывод зависимости прогиба и смещения опоры арочной фермы от числа панелей в системе Maple // Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии» -GRACOS-17. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2017. С. 267-272.
4. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
5. Компанец К. А. Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосой фермы при нагрузке в середине пролета // Молодежь и наука. 2017. №4.
6. Рахматулина А.Р., Смирнова А.А. Вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей в системе Maple//Материалы Всероссийской научно-практической конференции «45 лет отрасли легких металлоконструкций: от модуля Кисловодск до модуля Пятигорск» Пятигорск: Издательство ПФ СКФУ, 2017. С.85-88.
7. Доманов Е.В. Вывод формулы для прогиба балочной фермы с крестообразной решеткой // Строительная механика и конструкции. 2017. №2 (15). С. 15-19.
8. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте, моделируемом фермой // Вестник государственного университета

- морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560-569.
9. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С. 23–27.
 10. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
 11. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37-43.
 12. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165–171.
 13. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5. С. 11-15.
 14. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
 15. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
 16. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5–8.
 17. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice // Magazine of Civil Engineering. 2016. № 4. С. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.5.
 18. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12, № 8 (107). С. 869–875.
 19. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решётчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1, № 14. С. 27–30.
 20. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice // Magazine of Civil Engineering. 2017. № 3. С. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7
 21. Kirsanov M.N., Razananairina P.C. The formula for deflection of truss with cases of kinematic variability // Постулат. 2017. № 9. С. 1.
 22. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчёта прогиба балочной многогрешётчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 2 (271). С. 6–10.
 23. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3

- (873). С. 26-29.
24. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
25. Осадченко Н.В. Расчет прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12.
26. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решётчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
27. Кирсанов М.Н. Расчет жёсткости стержневой решётки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48-51.
28. Кирсанов М.Н. Аналитический расчёт многорешётчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.